

ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΟΔΗΓΟΣ ΣΠΟΥΔΩΝ

Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών

Μαθηματικά και Εφαρμογές τους

Περιεχόμενα

1. Το Τμήμα Μαθηματικών και Εφαρμοσμένων Μαθηματικών 3
2. Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών «Μαθηματικά και Εφαρμογές τους» 3
3. Εισαγωγή φοιτητών στο Π.Μ.Σ 4
4. Διάρκεια φοίτησης, παρατάσεις και αναστολές φοίτησης 5
5. Αναγνώριση μαθημάτων 5
7. Επικουρικό Διδακτικό έργο 6
8. Αξιολόγηση φοιτητριών/ών 6
9. Αξιολόγηση διδακτικού έργου 7
10. Γλώσσα διδασκαλίας 7
11. Ακαδημαϊκή/ος Σύμβουλος 7
12. Απαιτήσεις του Προγράμματος 8
13. Οι υποχρεώσεις για τη λήψη του Διπλώματος Μεταπτυχιακών Σπουδών (Δ.Μ.Σ.) 8
14. Αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών 9
15. Περιγραφή μαθημάτων 12

ΟΔΗΓΟΣ ΣΠΟΥΔΩΝ

1. Το Τμήμα Μαθηματικών και Εφαρμοσμένων Μαθηματικών

Το Τμήμα Μαθηματικών και Εφαρμοσμένων Μαθηματικών δημιουργήθηκε τον Ιούνιο του 2013 από τη συνένωση του *Τμήματος Μαθηματικών* (έτος ίδρυσης 1977) και του *Τμήματος Εφαρμοσμένων Μαθηματικών* (έτος ίδρυσης 1999). Είναι ταυτόχρονα το παλαιότερο και το νεότερο τμήμα του Πανεπιστημίου Κρήτης και το μεγαλύτερο της Σχολής Θετικών και Τεχνολογικών Επιστημών.

Το Τμήμα **Μαθηματικών** δέχθηκε για πρώτη φορά φοιτητές το ακαδημαϊκό έτος 1977-1978 και μαζί με το Τμήμα Φιλολογίας υπήρξαν τα πρώτα Τμήματα που λειτούργησαν στο Πανεπιστήμιο Κρήτης. Το Τμήμα δημιούργησε μια μεγάλη παράδοση εξαιρετικής πανεπιστημιακής διδασκαλίας που συνοδευόταν από σημαντικά ερευνητικά αποτελέσματα στην μαθηματική επιστήμη. Από τα πρώτα χρόνια της λειτουργίας του έδωσε το δικό του στίγμα στον χάρτη της τριτοβάθμιας εκπαίδευσης. Καθιέρωσε ένα ευέλικτο πρόγραμμα προπτυχιακών σπουδών και ήταν το πρώτο από όλα τα Τμήματα Μαθηματικών στην Ελλάδα που λειτούργησε, ήδη από το 1984, οργανωμένο Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών το οποίο οδηγούσε στην απόκτηση Μ.Δ.Ε. ή ακόμη και στην εκπόνηση Διδακτορικής Διατριβής. Το Τμήμα πρωτοπόρησε στην εφαρμογή διεθνών πρακτικών, όπως την οργάνωση, το έτος 2000, της εξωτερικής αξιολόγησής του.

Το Τμήμα **Εφαρμοσμένων Μαθηματικών** ιδρύθηκε, μετά από προσπάθειες των μελών του Τμήματος Μαθηματικών, το 1999, με σκοπό την ανάπτυξη των εφαρμογών των Μαθηματικών στην Ελλάδα. Το Τμήμα πολύ γρήγορα προσέλκυσε καταξιωμένους και δυναμικούς νέους ερευνητές από Ευρώπη και Αμερική και σύντομα δημιούργησε ένα εξαιρετικό προφίλ εκπαίδευσης και έρευνας στις εφαρμογές των Μαθηματικών. Εξασφάλισε σημαντικά ανταγωνιστικά ερευνητικά έργα και δραστηριότητες και εισήγαγε καινοτόμα στοιχεία στον τρόπο διδασκαλίας και πρωτοποριακά μαθήματα στο πρόγραμμα σπουδών.

Το ενιαίο Τμήμα συνεχίζει την εξαιρετική ακαδημαϊκή παράδοση των δύο Τμημάτων, όπως αυτό καταδεικνύεται και στις εξωτερικές αξιολογήσεις τους από την ΑΔΙΠ. Η ποιότητα της διδασκαλίας είναι εφάμιλλη με αυτήν πολλών από τα κορυφαία Πανεπιστήμια του κόσμου, όπου έχει φοιτήσει και εργαστεί σχεδόν το σύνολο του προσωπικού. Τα μέλη ΔΕΠ είναι ενεργά ερευνητικά, έχουν αναπτύξει διεθνείς συνεργασίες και επιτυγχάνουν να δημοσιεύουν τα ερευνητικά τους αποτελέσματα σε πολύ υψηλού επιπέδου περιοδικά.

2. Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών «Μαθηματικά και Εφαρμογές τους»

Το Τμήμα Μαθηματικών και Εφαρμοσμένων Μαθηματικών του Πανεπιστημίου Κρήτης οργανώνει και λειτουργεί από το ακαδημαϊκό έτος 2024-2025 το Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών (Π.Μ.Σ.) με τίτλο «**Μαθηματικά και Εφαρμογές τους**». Το Π.Μ.Σ. έχει ως αντικείμενο τα Μαθηματικά και τις Εφαρμογές τους. Σκοπός του είναι η προαγωγή της γνώσης και η ανάπτυξη της έρευνας σε γνωστικές περιοχές των Μαθηματικών και των Εφαρμογών τους, όπως αυτές προσδιορίζονται από τις τρεις ειδικεύσεις του Π.Μ.Σ.. Για την υλοποίηση του Π.Μ.Σ. θα απασχοληθούν κυρίως μέλη Δ.Ε.Π. του Τμήματος Μαθηματικών και Εφαρμοσμένων Μαθηματικών του Πανεπιστημίου Κρήτης. Οι κάτοχοι του απονεμόμενου Διπλώματος Μεταπτυχιακών Σπουδών (Δ.Μ.Σ.) αναμένεται να έχουν υψηλή κατάρτιση στα Μαθηματικά και σε περιοχές εφαρμογών τους με δυνατότητες, αφενός, την συνέχιση των σπουδών τους με σκοπό την εκπόνηση διδακτορικής διατριβής και, αφετέρου, την απασχόλησή τους σε Πανεπιστήμια και Ερευνητικά Κέντρα ως ειδικό ερευνητικό και τεχνικό προσωπικό όπως, επίσης, στην εκπαίδευση, σε δημόσιες υπηρεσίες, ιδιωτικές επιχειρήσεις και οργανισμούς. Το Τμήμα Μαθηματικών και Εφαρμοσμένων Μαθηματικών λειτουργεί σε στενή συνεργασία με το Ίδρυμα Τεχνολογίας και Έρευνας (Ι.Τ.Ε.) και άλλα αναγνωρισμένα Ερευνητικά Κέντρα. Οι μεταπτυχιακοί φοιτητές του Π.Μ.Σ. μπορούν να συμμετέχουν σε ερευνητικά προγράμματα του Ι.Τ.Ε. και άλλων αναγνωρισμένων

Ερευνητικών Κέντρων, με στόχο την εκπαίδευσή τους σε ειδικά θέματα και την πραγματοποίηση ερευνητικής εργασίας σχετιζόμενης με τη συγγραφή μεταπτυχιακής εργασίας.

3. Εισαγωγή φοιτητών στο Π.Μ.Σ

Α. Στο ΠΜΣ γίνονται δεκτοί, κατόπιν προκήρυξης, πτυχιούχοι Τμημάτων των Σχολών Θετικών Επιστημών, Πολυτεχνικών Σχολών, και Οικονομικών Σχολών των Πανεπιστημίων της ημεδαπής και ομοταγών αναγνωρισμένων ιδρυμάτων της αλλοδαπής. Ο αριθμός εισακτέων στο Π.Μ.Σ. κατ' έτος ορίζεται κατ' ανώτατο όριο στους είκοσι (20) και κατώτατο όριο στους πέντε (5). Η πρόσκληση εκδήλωσης ενδιαφέροντος αναρτάται στον ιστότοπο του Προγράμματος και του Ιδρύματος και κοινοποιείται με κάθε πρόσφορο τρόπο σε άλλα Α.Ε.Ι της χώρας. Στην πρόσκληση αναφέρονται, μεταξύ άλλων, τα κριτήρια και η διαδικασία επιλογής των υποψηφίων, οι ημερομηνίες έναρξης και λήξης υποβολής αιτήσεων και ο τρόπος κατάθεσής στους, τα στοιχεία ηλεκτρονικής ή και τηλεφωνικής επικοινωνίας με την υπηρεσία διοικητικής υποστήριξης του προγράμματος.

Β. **Υποβολή Αίτησης**

Τα δικαιολογητικά τα οποία πρέπει να υποβληθούν στη Γραμματεία Μεταπτυχιακών Σπουδών του τμήματος Μαθηματικών και Εφαρμοσμένων Μαθηματικών είναι:

- Αίτηση εισαγωγής στο Μεταπτυχιακό Πρόγραμμα.
- Βιογραφικό Σημείωμα.
- Πιστοποιητικό αναλυτικής βαθμολογίας μαθημάτων.
- Αντίγραφα τίτλων Αγγλικής γλώσσας (επίπεδο B2-Lower ή ανώτερο)
- Δύο (2) έως τρεις (3) συστατικές επιστολές από μέλη ΔΕΠ οι οποίοι γνωρίζουν προσωπικά την ακαδημαϊκή πορεία του υποψηφίου στις προπτυχιακές του σπουδές.
- Άλλα επικουρικά στοιχεία κατά την κρίση των υποψηφίων (π.χ. άλλοι τίτλοι σπουδών, υποτροφίες (ΙΚΥ), επιδόσεις σε εξετάσεις (πχ GRE, TOEFL) ή διαγωνισμούς ακαδημαϊκού χαρακτήρα (Διαγωνισμός Μαθηματικής Εταιρείας), κλπ.).
- Σύντομη περιγραφή των επιστημονικών ενδιαφερόντων του υποψηφίου.
- Αντίγραφο πτυχίου ή επίσημη βεβαίωση περάτωσης σπουδών. Αν η αίτηση γίνει δεκτή, απαραίτητη προϋπόθεση εγγραφής στο Π.Μ.Σ. είναι η προσκόμιση αντίγραφου του πτυχίου πρώτου κύκλου σπουδών. Ειδικότερα, εάν ο τίτλος του πρώτου κύκλου σπουδών προέρχεται από ίδρυμα της αλλοδαπής ο έλεγχος για την αναγνώριση του ιδρύματος και του χορηγούμενου τίτλου από τον Διεπιστημονικό Οργανισμό Αναγνώρισης Τίτλων Ακαδημαϊκών & Πληροφόρησης (Δ.Ο.Α.Τ.Α.Π.) θα γίνεται από τη Γραμματεία του ΠΜΣ σύμφωνα με τις διατάξεις του ν. 4957/2022.
- Για την εγγραφή στο Π.Μ.Σ., είναι απαραίτητο να προσκομιστούν, για όποια ο νόμος το απαιτεί, επικυρωμένα αντίγραφα των παραπάνω δικαιολογητικών.

Γ Τρόπος υποβολής και επεξεργασία προσωπικών δεδομένων

Η υποβολή των αιτήσεων, συστατικών επιστολών και σχετικών εγγράφων γίνεται ηλεκτρονικά μέσω της σχετικής ιστοσελίδας του Πανεπιστημίου.

Τα προσωπικά δεδομένα συλλέγονται με βάση τα άρθρα 6 παρ. 1 περίπτωση (γ), (ε) και 9 παρ. 2 (ζ) του Γενικού Κανονισμού 2016/679. Παραμένουν στη διάθεση του Πανεπιστημίου Κρήτης για όσο διαρκούν οι σπουδές αλλά και μετά το τέλος τους για τυχόν μελλοντικές ανάγκες. Για το χρονικό διάστημα που τα προσωπικά δεδομένα παραμένουν στη διάθεση του Πανεπιστημίου υπάρχει η δυνατότητα πρόσβασης, διόρθωσης, επικαιροποίησης, περιορισμού της επεξεργασίας, αντίταξης και φορητότητας σύμφωνα με τους όρους του Γενικού Κανονισμού Προστασίας Δεδομένων Προσωπικού Χαρακτήρα 2016/679 (Ε.Ε.).

Δ Διαδικασία και Κριτήρια Επιλογής

Η εξέταση των αιτήσεων γίνεται από επιτροπή που ορίζεται κάθε χρόνο από τη Συνέλευση του Τμήματος και αποτελείται από μέλη Δ.Ε.Π. του Τμήματος. Τα κριτήρια επιλογής που συνεκτιμώνται είναι:

1) η συνολική επίδοση του υποψηφίου στα μαθήματα,
2) η βαθμολογία στα μαθήματα που είναι σχετικά με το γνωστικό αντικείμενο του Π.Μ.Σ.,
3) συνέντευξη ή/και γραπτές εξετάσεις,
4) οποιεσδήποτε σημαντικές επιδόσεις στις προπτυχιακές σπουδές,
5) η επίδοση σε τυχόν πτυχιακή/διπλωματική εργασία,
6) συστατικές επιστολές,
7) βασική γνώση της Αγγλικής γλώσσας (επίπεδο B2 – Lower),
8) όποια άλλα στοιχεία παρουσιάσει ο υποψήφιος στην αίτησή του.

Περισσότερες πληροφορίες για την ποσοτικοποίηση των παραπάνω κριτηρίων θα δίνονται στην πρόσκληση εκδήλωσης ενδιαφέροντος του Προγράμματος.

Ε. Παροχή ίσων ευκαιριών

Το Τμήμα αποσκοπεί στην παροχή ίσων ευκαιριών στην εκπαίδευση και κατάρτιση. Το Τμήμα φροντίζει για τη διασφάλιση ίσων ευκαιριών στην εισαγωγή και ολοκλήρωση των μεταπτυχιακών σπουδών χωρίς διακρίσεις βάσει φύλου, χρώματος, εθνικότητας, θρησκείας, ή προσωπικής κατάστασης, σύμφωνα με την Ελληνική νομοθεσία.

4. Διάρκεια φοίτησης, παρατάσεις και αναστολές φοίτησης

Η χρονική διάρκεια σπουδών για την απονομή του Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης ορίζεται σε τέσσερα (4) ακαδημαϊκά εξάμηνα.

Υπάρχει η δυνατότητα μερικής φοίτησης για εργαζόμενους φοιτητές, ή σε εξαιρετικές περιπτώσεις, για μη εργαζόμενους, κατόπιν απόφασης των αρμοδίων οργάνων, η μέγιστη διάρκεια της οποίας είναι τα οκτώ (8) ακαδημαϊκά εξάμηνα.

Παράταση ή/και αναστολή σπουδών (έως ένα έτος εκάστη) για σοβαρούς προσωπικούς λόγους μπορεί να δοθεί, μετά από αίτηση του ενδιαφερομένου μέχρι και το πέρας της 2ης εβδομάδας των μαθημάτων του εκάστοτε εξαμήνου, με σχετική απόφαση των αρμοδίων οργάνων σύμφωνα με την κείμενη νομοθεσία.

5. Αναγνώριση μαθημάτων

Υπάρχει η δυνατότητα, ύστερα από αίτηση του ενδιαφερόμενου φοιτητή και εισήγηση της Συντονιστικής Επιτροπής, το Τμήμα να αναγνωρίσει για εκπλήρωση απαιτήσεων του Π.Μ.Σ. ορισμένα μεταπτυχιακά μαθήματα (καθορίζοντας και το ισοδύναμο βάρος σε ECTS) τα οποία παρακολούθησε ο φοιτητής σε ΑΕΙ κατά τη διάρκεια των προπτυχιακών ή μεταπτυχιακών του σπουδών. Εφόσον πρόκειται για μάθημα του Π.Μ.Σ. του Τμήματος θα πιστώνεται με 10 πιστωτικές μονάδες εφόσον δεν έχει ήδη γίνει χρήση των ECTS του μαθήματος αυτού για τη λήψη κάποιου άλλου τίτλου προπτυχιακού ή μεταπτυχιακού. Το σύνολο των πιστωτικών μονάδων που μπορούν να αναγνωριστούν με αυτό τον τρόπο, δεν μπορεί να υπερβαίνει τις 30 πιστωτικές μονάδες (ECTS).

6. Διπλωματική εργασία

Η εκπόνηση μεταπτυχιακής διπλωματικής εργασίας γίνεται στην θεματική περιοχή της ειδίκευσης. Η μεταπτυχιακή εργασία εκπονείται κάτω από την επίβλεψη και καθοδήγηση του Επιβλέποντος και εξετάζεται

από την Εξεταστική Επιτροπή. Γλώσσα εκπόνησης και συγγραφής της μεταπτυχιακής εργασίας μπορεί να είναι η ελληνική ή η αγγλική. Η μεταπτυχιακή εργασία πρέπει να συνοδεύεται από περίληψη στην γλώσσα συγγραφής και εκτενή περίληψη στην άλλη γλώσσα.

Η Συντονιστική Επιτροπή, ύστερα από αίτηση του υποψηφίου, στην οποία αναγράφεται ο προτεινόμενος τίτλος της διπλωματικής εργασίας, ο προτεινόμενος επιβλέπων και επισυνάπτεται περίληψη της προτεινόμενης εργασίας, ορίζει τον επιβλέποντα αυτής. Για την αξιολόγηση και έγκριση της διπλωματικής εργασίας, η Σ.Ε. συγκροτεί την τριμελή εξεταστική επιτροπή. Ο επιβλέπων είναι ένα από τα τρία μέλη της επιτροπής και όλα τα μέλη πρέπει να έχουν τα νόμιμα προσόντα σύμφωνα με τις κείμενες διατάξεις. Επίσης, ένα τουλάχιστον εκ των μελών της τριμελούς επιτροπής πρέπει να είναι μέλος Δ.Ε.Π. του Τμήματος σε συναφή περιοχή.

Ο υποψήφιος παραδίδει το κείμενο της εργασίας στα μέλη της Εξεταστικής Επιτροπής το αργότερο 15 ημέρες πριν από την ημερομηνία της εξέτασης. Για να εγκριθεί η εργασία ο φοιτητής οφείλει να την υποστηρίξει ενώπιον της εξεταστικής επιτροπής. Η εξέταση της μεταπτυχιακής εργασίας είναι προφορική και ανοιχτή και ακολουθεί την εξής διαδικασία: Ο υποψήφιος παρουσιάζει την εργασία του. Ακολουθούν ερωτήσεις από μέλη της Εξεταστικής Επιτροπής και κατόπιν από το κοινό.

Τα μέλη της Εξεταστικής Επιτροπής δίνουν τυχόν σχόλια για το περιεχόμενο της εργασίας στον υποψήφιο. Ο υποψήφιος πρέπει να λάβει υπ’ όψη του τα σχόλια της Επιτροπής στη διαμόρφωση του τελικού κειμένου. Ανάλογα με τη μορφή και την έκταση των τροποποιήσεων/βελτιώσεων, τα μέλη της επιτροπής μπορούν να ζητήσουν να δουν ξανά το κείμενο της διατριβής ή να εξουσιοδοτήσουν τον Επιβλέποντα να δώσει την τελική έγκριση.

Τα μέλη της Εξεταστική Επιτροπής εγκρίνουν το τελικό κείμενο και υπογράφουν το πρακτικό της αξιολόγησης της εργασίας.

Τέλος, ο υποψήφιος καταθέτει δύο υπογεγραμμένα αντίγραφα της εργασίας, ένα στη Γραμματεία Μεταπτυχιακών Σπουδών του Τμήματος και ένα στη Βιβλιοθήκη του Πανεπιστημίου. Σε περίπτωση που η εργασία έχει υποστηριχθεί οικονομικά από κάποια υποτροφία θα πρέπει να κατατεθεί και τρίτο αντίγραφο στην Γραμματεία Μεταπτυχιακών Σπουδών του Τμήματος για παράδοση στον οργανισμό που χορηγεί την υποτροφία. Επίσης, καταθέτει στη Γραμματεία Μεταπτυχιακών Σπουδών του Τμήματος σε ηλεκτρονική μορφή το τελικό κείμενο της εργασίας. Οι μεταπτυχιακές εργασίες καταχωρούνται στη Ψηφιακή Βιβλιοθήκη του Πανεπιστημίου Κρήτης και αναρτώνται στον ιστότοπο του Τμήματος

7. Επικουρικό Διδακτικό έργο

Οι επικουρίες εκπαιδευτικού έργου περιλαμβάνουν όλα τα επί μέρους καθήκοντα (συνήθως επίβλεψη εργαστηρίων, φροντιστήρια, κ.ο.κ.) που ανατίθενται από το Τμήμα στα πλαίσια της διεξαγωγής μαθημάτων, εξετάσεων, και όλων των εκπαιδευτικών διαδικασιών. Οι επικουρίες εκπαιδευτικού έργου είναι υποχρεωτικές για δύο εξάμηνα του Π.Μ.Σ..

8. Αξιολόγηση φοιτητριών/ών

Κατ΄ έτος προβλέπεται αξιολόγηση της επίδοσης των φοιτητών από την Σ.Ε. του προγράμματος. Εάν με το πέρας δύο εξαμήνων κάποιος φοιτητής δεν έχει περάσει επιτυχώς τουλάχιστον τρία (3) μαθήματα, με βαθμό Β- ή καλύτερο σε τουλάχιστον δύο (2) από αυτά, η επίδοσή του κρίνεται μη ικανοποιητική. Σε περίπτωση μη ικανοποιητικής απόδοσης η Σ.Ε. δύναται να εισηγηθεί στην Σ.Τ. τη διαγραφή του/ης φοιτητή/τριας.

Οι εξετάσεις γίνονται με ευθύνη των διδασκόντων κάθε μαθήματος, σύμφωνα με τις κείμενες διατάξεις. *Η κλίμακα της βαθμολογίας επιτυχούς επίδοσης είναι, κατά φθίνουσα διάταξη: Α+, Α, Α-,Β+, Β, Β-, Γ+, Γ, Γ-. Μη*

ικανοποιητικής επίδοσης: Δ. Θα εφαρμόζονται εναλλακτικές μέθοδοι για την αξιολόγηση φοιτητών με αναπηρία και ειδικές εκπαιδευτικές ανάγκες.

9. Αξιολόγηση διδακτικού έργου

Η αξιολόγηση των μεταπτυχιακών μαθημάτων και των διδασκόντων από τους μεταπτυχιακούς φοιτητές γίνεται με τη συμπλήρωση ερωτηματολογίων, σε ηλεκτρονική μορφή.

10. Γλώσσα διδασκαλίας

Η γλώσσα διδασκαλίας των μαθημάτων είναι η ελληνική και δύναται να είναι η αγγλική σε περιπτώσεις που παρακολουθούν το μάθημα μεταπτυχιακές φοιτήτριες και μεταπτυχιακοί φοιτητές των οποίων η μητρική γλώσσα δεν είναι η ελληνική. Η γλώσσα συγγραφής της μεταπτυχιακής εργασίας δύναται να είναι η ελληνική ή η αγγλική.

11. Ακαδημαϊκή/ος Σύμβουλος

Για κάθε υποψήφιο που γίνεται δεκτός στο Π.Μ.Σ. ορίζεται από το Τμήμα με την πρώτη εγγραφή ένας ακαδημαϊκός σύμβουλος, που είναι μέλος Δ.Ε.Π. του Τμήματος. Ο ρόλος του ακαδημαϊκού συμβούλου είναι να βοηθήσει τον υποψήφιο στην προσαρμογή του στο Π.Μ.Σ., στην επιλογή μαθημάτων και σε οποιοδήποτε ακαδημαϊκό θέμα προκύψει κατά τη διάρκεια των μεταπτυχιακών του σπουδών. Ο φοιτητής οφείλει να επιλέξει τον καθηγητή/ερευνητή, μετά από συνεννόηση μαζί του, με τον οποίο προτίθεται να εκπονήσει την διπλωματική του εργασία μέχρι την αρχή των εγγραφών του τρίτου ($3^{ου}$) εξαμήνου του Π.Μ.Σ. και να ενημερώσει γραπτώς την Σ.Ε., οπότε ο ρόλος του ακαδημαϊκού συμβούλου μεταφέρεται στον παραπάνω. Μετά τον ορισμό Επιβλέποντος της μεταπτυχιακής εργασίας από την Σ.Ε., αυτός αναλαμβάνει και τον ρόλο του ακαδημαϊκού συμβούλου από εκεί και πέρα.

12. Απαιτήσεις του Προγράμματος

Ένα τυπικό μεταπτυχιακό μάθημα έχει 13 εβδομάδες διδασκαλίας. Τα μαθήματα αναπληρώνονται με ευθύνη των διδασκόντων και με σχετική ανακοίνωση της γραμματείας. Για τα μαθήματα των 10 ECTS οι συνολικές ώρες εκπαιδευτικής δραστηριότητας εκτιμώνται σε διακόσιες πενήντα (250) ανά μάθημα. Περιλαμβάνουν τέσσερις (4) διδακτικές ώρες ανά εβδομάδα, δώδεκα (12) ώρες μελέτης και εργασιών ανά εβδομάδα, καθώς και σαράντα δύο (42) ώρες εξετάσεων (τελικές και πρόοδοι), συμπεριλαμβανομένων και των ωρών προετοιμασίας.

13. Οι υποχρεώσεις για τη λήψη του Διπλώματος Μεταπτυχιακών Σπουδών (Δ.Μ.Σ.)

Το σύνολο των Πιστωτικών Μονάδων (ECTS) που απαιτούνται για την απονομή του **Δ.Μ.Σ.** ανέρχονται σε 120. Για την λήψη του Δ.Μ.Σ. απαιτείται:

- Η παρακολούθηση και η επιτυχής εξέταση σε τουλάχιστον έξι (6) μαθήματα τα οποία πιστώνονται συνολικά με 60 ECTS.
- Η συγγραφή μεταπτυχιακής εργασίας στην περιοχή ειδίκευσης, η οποία πιστώνεται με 40 ECTS. Εναλλακτικά, στην Ειδίκευση Ι και ΙΙ, αντί της συγγραφής μεταπτυχιακής εργασίας, απαιτείται η παρακολούθηση και η επιτυχής εξέταση σε επί πλέον μαθήματα που αντιστοιχούν συνολικά σε 40 ECTS. Στην Ειδίκευση ΙΙΙ η διπλωματική εργασία είναι υποχρεωτική.
- Η ανάληψη επικουρικού διδακτικού έργου (βοηθός διδασκαλίας) για δύο διδακτικά εξάμηνα, το οποίο πιστώνεται με 2 ECTS ανά εξάμηνο (4 ECTS συνολικά).
- Για την συμπλήρωση των απαιτούμενων πιστωτικών μονάδων οι φοιτητές/τριες θα πρέπει να παρακολουθήσουν με επιτυχία επί πλέον των παραπάνω μαθήματα ή/και να συμμετάσχουν σε Θεματικές Δραστηριότητες εκπληρώνοντας τις αντίστοιχες υποχρεώσεις.

Οι απαιτήσεις μαθημάτων ανά ειδίκευση

Στην κάθε ειδίκευση οι φοιτητές υποχρεούνται να παρακολουθήσουν με επιτυχία τουλάχιστον τέσσερα Βασικά Μαθήματα Ειδίκευσης (ΒΕ). Ειδικότερα:

Για την Ειδίκευση Ι: Τέσσερα Βασικά Μαθήματα Ειδίκευσης θα πρέπει να επιλεγούν από τα βασικά μαθήματα της ειδίκευσης Ι, τριών τουλάχιστον από τις ακόλουθες ομάδες μαθημάτων: [Α1], [Β], [Γ], [Δ1 ή Ε].

Για την Ειδίκευση ΙΙ: Τέσσερα Βασικά Μαθήματα Ειδίκευσης θα πρέπει να επιλεγούν ως εξής: [Α11], [Α10 ή Α14], [Α21 ή Α22 ή Α23], [Α31 ή Α32 ή Α39].

Για την Ειδίκευση ΙΙΙ: Για τους φοιτητές που επιλέγουν τη Θεματική Περιοχή ΙΙΙα «Διαφορικές Εξισώσεις» τα τέσσερα Βασικά Μαθήματα Ειδίκευσης θα πρέπει να επιλεγούν ως εξής: [Δ10], [Θ10], [Β0], [Β1 ή Γ0 ή Γ1 ή Δ11 ή Ε10]. Για τους φοιτητές που επιλέγουν τη Θεματική Περιοχή ΙΙΙβ «Αριθμητικές Μέθοδοι» τα τέσσερα Βασικά Μαθήματα Ειδίκευσης θα πρέπει να επιλεγούν ως εξής: [Θ10], [Β0 ή Β1], [Δ10 ή Δ11], [Θ11 ή Θ12 ή Θ13].

14. Αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών

(α) Το πρόγραμμα των μαθημάτων αποτελείται από Βασικά Μαθήματα Ειδίκευσης (ΒΕ) καθώς και από Μαθήματα Ελεύθερης Επιλογής (ΕΕ). Στην κάθε ειδίκευση οι φοιτητές υποχρεούνται να παρακολουθήσουν με επιτυχία τουλάχιστον τέσσερα Βασικά Μαθήματα Ειδίκευσης. Εκτός από τα μεταπτυχιακά μαθήματα, οι φοιτητές του Π.Μ.Σ., ως μέρος των σπουδών τους, δύναται να συμμετάσχουν στις παρακάτω ενδεικτικές θεματικές δραστηριότητες (ΘΔ) εκπληρώνοντας τις αντίστοιχες υποχρεώσεις:

Κατάλογος Θεματικών Δραστηριοτήτων			
	Όνομα	**Συμμετοχή**	**ECTS**
801.1	Σεμιναριακά Μαθήματα	Προαιρετικά	2
801.2	Σεμιναριακά Μαθήματα	Προαιρετικά	4
801.3	Σεμιναριακά Μαθήματα	Προαιρετικά	6
802.1	Επικουρικό διδακτικό έργο (ανά εξάμηνο)	Προαιρετικά	2
802.2	Επικουρικό διδακτικό έργο (ανά εξάμηνο)	Προαιρετικά	2
803	Σεμινάριο Εποπτευόμενης Μελέτης	Προαιρετικά	6
804	Τεχνική Συγγραφή στα Αγγλικά	Προαιρετικά	4

Ενδεικτικά, το πρόγραμμα διαμορφώνεται ως εξής:

Α’ ΕΞΑΜΗΝΟ		**Β’ ΕΞΑΜΗΝΟ**	
ΜΑΘΗΜΑΤΑ	**ECTS**	**ΜΑΘΗΜΑΤΑ**	**ECTS**
Βασικό Μάθημα Ειδίκευσης	10	Βασικό Μάθημα Ειδίκευσης	10
Βασικό Μάθημα Ειδίκευσης	10	Βασικό Μάθημα Ειδίκευσης	10
Μάθημα Ελεύθερης Επιλογής	10	Μάθημα Ελεύθερης Επιλογής	10
ΣΥΝΟΛΟ	**30**	**ΣΥΝΟΛΟ**	**30**

Γ’ ΕΞΑΜΗΝΟ		**Δ’ ΕΞΑΜΗΝΟ**	
ΜΑΘΗΜΑΤΑ	**ECTS**	**ΜΑΘΗΜΑΤΑ**	**ECTS**
Μάθημα Ελεύθερης Επιλογής	10	Θεματικές Δραστηριότητες	4
Θεματικές Δραστηριότητες	6		
Πτυχιακή	14	Πτυχιακή	26
ΣΥΝΟΛΟ	**30**	**ΣΥΝΟΛΟ**	**30**

β) Στον παρακάτω πίνακα παρατίθεται ενδεικτικός κατάλογος των Βασικών Μαθημάτων Ειδίκευσης και των Ελεύθερων Επιλογών για τις τρεις διαφορετικές ειδικεύσεις. Ο κατάλογος αυτός, όπως και ο παραπάνω των Θεματικών Δραστηριοτήτων, είναι δυνατόν να τροποποιηθεί με απόφαση της Συνέλευσης του Τμήματος. Αναπροσαρμόζεται και συγκεκριμενοποιείται ανά Ακαδημαϊκό Έτος με απόφαση της Συνέλευσης του Τμήματος.

	Ομάδες Μαθημάτων	**ΒΕ**	**ΕΕ**	**ECTS**
	Ομάδα Α1			
Α10	Άλγεβρα Ι	Ι, ΙΙ	ΙΙΙ	10
Α11	Άλγεβρα ΙΙ	Ι, ΙΙ	ΙΙΙ	10
Α12	Αλγεβρική Θεωρία Αριθμών		Ι, ΙΙ, ΙΙΙ	10
Α13	Αναπαραστάσεις Ομάδων		Ι, ΙΙ, ΙΙΙ	10
Α14	Αλγεβρική Γεωμετρία	ΙΙ	Ι, ΙΙΙ	10
Α19	Θέματα Άλγεβρας - Θεωρίας Αριθμών		Ι, ΙΙ, ΙΙΙ	10
	Ομάδα Α2			
Α20	Θεωρία Συνόλων		Ι, ΙΙ, ΙΙΙ	10
Α21	Λογική	ΙΙ	Ι, ΙΙΙ	10
Α22	Υπολογισιμότητα	ΙΙ	Ι, ΙΙΙ	10
Α23	Αλγόριθμοι και Πολυπλοκότητα	ΙΙ	Ι, ΙΙΙ	10
Α29	Θέματα Θεμελίωσης των Μαθηματικών		Ι, ΙΙ, ΙΙΙ	10
	Ομάδα Α3			
Α30	Συνδυαστική		Ι, ΙΙ, ΙΙΙ	10
Α31	Κρυπτογραφία	ΙΙ	Ι, ΙΙΙ	10
Α32	Κωδικοποίηση	ΙΙ	Ι, ΙΙΙ	10
Α38	Θέματα Συμβολικών – Αλγεβρικών – Συνδυαστικών Υπολογισμών		Ι, ΙΙ, ΙΙΙ	10
Α39	Θέματα Διακριτών Μαθηματικών	ΙΙ	Ι, ΙΙΙ	
	Ομάδα Β			
Β0	Πραγματική Ανάλυση	Ι,ΙΙΙ	ΙΙ	10
Β1	Συναρτησιακή Ανάλυση	Ι, ΙΙΙ	Ι, ΙΙ	10
Β2	Μιγαδική Ανάλυση	Ι	ΙΙ, ΙΙΙ	10
Β3	Αρμονική Ανάλυση		Ι, ΙΙ, ΙΙΙ	10

Β4	Εργοδική Θεωρία		Ι, ΙΙ, ΙΙΙ	10
Β9	Θέματα Ανάλυσης		Ι, ΙΙ, ΙΙΙ	10
	Ομάδα Γ			
Γ0	Γεωμετρία Riemann	Ι, ΙΙΙα	ΙΙ, ΙΙΙβ	10
Γ1	Διαφορίσιμες Πολλαπλότητες	Ι, ΙΙΙα	ΙΙ, ΙΙΙβ	10
Γ2	Αλγεβρική Τοπολογία – Ομοτοπία	Ι	ΙΙ, ΙΙΙ	10
Γ3	Αλγεβρική Τοπολογία – Ομολογία		Ι, ΙΙ, ΙΙΙ	10
Γ4	Γεωμετρία των Δυναμικών Συστημάτων		Ι, ΙΙ, ΙΙΙ	10
Γ9	Θέματα Γεωμετρίας – Τοπολογίας		Ι, ΙΙ, ΙΙΙ	10
	Ομάδα Δ			
Δ10	Διαφορικές Εξισώσεις με Μερικές Παραγώγους	Ι,ΙΙΙ	ΙΙ	10
Δ11	Διαφορικές Εξισώσεις με Μερικές Παραγώγους – Θεωρία Ασθενών Λύσεων	ΙΙΙ	Ι, ΙΙ	10
Δ12	Συνήθεις Διαφορικές Εξισώσεις και Δυναμικά Συστήματα.		Ι, ΙΙ, ΙΙΙ	10
Δ14	Λογισμός Μεταβολών		Ι, ΙΙ, ΙΙΙ	10
Δ15	Μαθηματική Θεωρία Ρευστών		Ι, ΙΙ, ΙΙΙ	10
Δ19	Θέματα Διαφορικών Εξισώσεων		Ι, ΙΙ, ΙΙΙ	10
	Ομάδα Θ			
Θ10	Αριθμητική Ανάλυση	ΙΙΙ	Ι, ΙΙ	10
Θ11	Αριθμητική Επίλυση Διαφορικών Εξισώσεων	ΙΙΙβ	Ι, ΙΙ, ΙΙΙα	10
Θ12	Μέθοδοι Πεπερασμένων Στοιχείων	ΙΙΙβ	ΙΙΙα	10
Θ13	Αριθμητική Γραμμική Άλγεβρα και Βελτιστοποίηση	ΙΙΙβ	Ι, ΙΙ, ΙΙΙα	10
Θ20	Θέματα Αριθμητικής Ανάλυσης		Ι, ΙΙ, ΙΙΙ	10
Θ30	Θέματα Αριθμητικών Μεθόδων		ΙΙΙ	
	Ομάδα Ε			
Ε10	Θεωρία Πιθανοτήτων	Ι, ΙΙΙα	ΙΙ, ΙΙΙβ	10
Ε11	Στοχαστική Ανάλυση		Ι, ΙΙ, ΙΙΙ	10
Ε18	Θέματα Στοχαστικής Ανάλυσης		Ι, ΙΙ, ΙΙΙ	10
Ε19	Θέματα Θεωρίας Πιθανοτήτων		Ι, ΙΙ, ΙΙΙ	10

γ) Με απόφαση της Συνέλευσης του Τμήματος στον πίνακα μαθημάτων Ελεύθερης Επιλογής μπορούν να προστεθούν: (i) μεταπτυχιακά μαθήματα άλλου Π.Μ.Σ. του Πανεπιστημίου Κρήτης, εφ' όσον αυτό έχει συναφές ή και συμπληρωματικό περιεχόμενο ανάλογων μαθημάτων του παρόντος Π.Μ.Σ., (ii) μεταπτυχιακά μαθήματα προσφερόμενα από Πανεπιστήμιο του εσωτερικού ή της αλλοδαπής, στο οποίο μετακινείται ο μεταπτυχιακός φοιτητής στο πλαίσιο προγράμματος μορφωτικών ανταλλαγών (π.χ. Erasmus), (iii) μαθήματα μεταπτυχιακού επιπέδου, τα οποία μπορεί να παρακολουθήσει ο μεταπτυχιακός φοιτητής στα πλαίσια ενός σχολείου ή μιας σειράς διαλέξεων, για τα οποία απονέμονται ECTS. Επίσης, κατ' εξαίρεση σύμφωνα με το άρθρο 67 του Ν.4957/2022 με απόφαση της Συνέλευσης του Τμήματος, οι φοιτητές του ΠΜΣ επιτρέπεται να παρακολουθήσουν, εξ αποστάσεως, με σύγχρονη διδασκαλία, μεταπτυχιακά μαθήματα με διδάσκοντες που ανήκουν σε Τμήματα του Πανεπιστημίου Κρήτης που εδρεύουν στο Ρέθυμνο ή σε άλλα Α.Ε.Ι. της ημεδαπής. Τα παραπάνω μαθήματα αντιστοιχίζονται με μαθήματα του ΠΜΣ με ανάλογο περιεχόμενο ή μπορούν να προστεθούν στον Πίνακα μαθημάτων τού Π.Μ.Σ.. Το σύνολο των πιστωτικών μονάδων που μπορούν να αναγνωριστούν με αυτό τον τρόπο, δεν μπορεί να υπερβαίνει τις 20 πιστωτικές μονάδες (ECTS).

Παρακάτω περιγράφονται τα μεταπτυχιακά μαθήματα που προσφέρονται στο Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών.

15. Περιγραφή μαθημάτων

Α10: ΑΛΓΕΒΡΑ Ι

I. Ομάδες: Δράσεις ομάδων σε σύνολα. Θεωρήματα Sylow. Ιδιότητες p-ομάδων. Μηδενοδύναμες ομάδες. Επιλύσιμες ομάδες. Θεώρημα Jordan-Holder.

II. Δακτύλιοι: Δακτύλιοι, υποδακτύλιοι, ιδεώδη, πρώτα και μεγιστικά ιδεώδη. Συνεταιρικά, πρώτα και ανάγωγα στοιχεία δακτυλίου. Περιοχές κυρίων ιδεωδών (PID), περιοχές μονοσήμαντης παραγοντοποίησης (UFD), Ευκλείδειες περιοχές και οι σχέσεις τους. Δακτύλιοι της Noether και του Artin. Δακτύλιοι πολυωνύμων. Το θεώρημα βάσης του Hilbert και η Nullstellensatz, Το θεώρημα του Gauss. Πρωταρχικά ιδεώδη και το θεώρημα Lasker- Noether. Δακτύλιοι εκτιμήσεων και δακτύλιοι Dedekind.

III. Modules: modules, ομομορφισμοί και ακριβείς ακολουθίες. Ελεύθερα modules, βασικές ιδιότητες. Προβολικά (projective), ενέσιμα (injective) και επίπεδα (flat) modules. Τανυστικά γινόμενα. Modules υπεράνω μιας PID και το βασικό θεώρημα δομής. Εφαρμογή σε πίνακες (ρητή κανονική μορφή, κανονική μορφή Jordan) και σε αβελιανές ομάδες (το θεώρημα κατάταξης).

Α11: ΑΛΓΕΒΡΑ ΙΙ

I. Επεκτάσεις σωμάτων: Ορισμοί. Βαθμός επέκτασης. Αλγεβρικές και υπερβατικές επεκτάσεις.

II. Αλγεβρικές επεκτάσεις: πεπερασμένες επεκτάσεις. Ελάχιστο πολυώνυμο στοιχείο. Απλές επεκτάσεις. Πεπερασμένα παραγόμενες επεκτάσεις. Η μεταβατικότητα των αλγεβρικών επεκτάσεων. Σώμα ριζών πολυωνύμων. Αλγεβρική θήκη. Ανυψώσεις εμβυθίσεων. Κανονικές επεκτάσεις. Διαχωρίσιμες επεκτάσεις. Τέλεια σώματα. Θεώρημα πρωταρχικού στοιχείου. Επεκτάσεις με πεπερασμένα σώματα. Διαχωρίσιμος βαθμός επέκτασης. Πλήρως μη διαχωρίσιμες επεκτάσεις. Διαχωρίσιμη θήκη. Κανονική θήκη.

III. Επεκτάσεις Galois: Ομάδα Galois μιας επέκτασης. Πολυώνυμα και ομάδες Galois. Σώματα αναλλοίωτων στοιχείων ως προς μια ομάδα αυτομορφισμών της επέκτασης. Επεκτάσεις Galois. Το θεμελιώδες θεώρημα της θεωρίας Galois. Επεκτάσεις με ριζικά. Επιλυσιμότητα πολυωνυμικών εξισώσεων με ριζικά. Κατασκευάσιμοι αριθμοί. Πεπερασμένα σώματα και επεκτάσεις Galois. Πρωταρχικές ρίζες της μονάδος και κυκλοτομικές επεκτάσεις. Κυκλικές επεκτάσεις. Norm και ίχνος στοιχείων. Η διακρίνουσα. Επεκτάσεις Kummer. Το 90ό πρόβλημα του Hilbert.

IV. Υπερβατικές επεκτάσεις: Υπερβατικά στοιχεία. Υπερβατικές βάσεις. Το θεώρημα κανονικοποίησης της Noether. Το θεώρημα του Luroth.

Α12: ΑΛΓΕΒΡΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΑΡΙΘΜΩΝ

I. Τετραγωνικά σώματα αριθμών.

II. Ακέραια εξάρτηση και δακτύλιοι του Dedekind: Δακτύλιοι Noether και Dedekind. Ακέραια εξάρτηση. Αριθμητική ιδεωδών και το τελικό θεώρημα.

III. Norm, ίχνος, βάση και διακρίνουσα: Norm και ίχνος. Διακρίνουσα μιας n-άδας. Ελεύθερες αβελιανές ομάδες με πεπερασμένο rank. Διακρίνουσα σώματος και βάση ακεραιότητος αυτού.

IV. : Norm ιδεωδών και το πεπερασμένο αριθμού κλάσεων: Norm ιδεωδών αλγεβρικού σώματος αριθμών. Το πεπερασμένο του αριθμού κλάσεων.

V. Νόμος ανάλυσης και νόμος αντιστροφής: Εφαρμογή του νόμου αντιστροφής στα τετραγωνικά και κυκλοτομικά σώματα. Θεωρία διακλαδώσεων του Hilbert. Νόμοι αντιστροφής. Το θεώρημα της διακρίνουσας.

VI. Το θεώρημα των μονάδων του Dirichlet: Διακριτές υποομάδες τού R^n. Η κανονική εμφύτευση αλγεβρικού σώματος αριθμών. Εφαρμογές στην διακρίνουσα.

Α13: ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ ΟΜΑΔΩΝ

Αναπαραστάσεις ομάδων. Βασικοί ορισμοί παραδείγματα. Ισοδύναμες αναπαραστάσεις, ανάγωγες αναπαραστάσεις. Modules και αναπαραστάσεις, Indecomposable modules, Λήμμα του Schur, Θεώρημα Wedderburn, Θεώρημα Maschke. Η κανονική (regular) αναπαράσταση και η ανάλυσή της. Θεωρία χαρακτήρων, βασικοί ορισμοί παραδείγματα. Σχέσεις ορθογωνιότητας, πλήθος χαρακτήρων. Τιμές χαρακτήρων, αλγεβρικοί ακέραιοι και πραγματικοί χαρακτήρες. Το Θεώρημα του Brauer. Πίνακας χαρακτήρων και οι πληροφορίες που δίνει για την ομάδα. Εφαρμογές: Αβελιανές ομάδες, ομάδες τάξης pq και το Θεώρημα του Burnside. Επαγώμενοι χαρακτήρες, Frobenius's reciprocity. Κανονικές υποομάδες και επαγώμενοι χαρακτήρες, Θεωρήματα Clifford. Επεκτάσεις χαρακτήρων, Θεώρημα Gallagher.

Α14: ΑΛΓΕΒΡΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Αφφινικές ποικιλότητες. Το θεώρημα βάσης του Hilbert και η Nullstellensatz. Πολυωνυμικές συναρτήσεις, ρητές συναρτήσεις και δακτύλιοι συντεταγμένων. Η τοπολογία Zariski. Το sheaf των κανονικών (regular) συναρτήσεων σε μια αφφινική ποικιλότητα. Συναρτήσεις και μορφισμοί. Αλγεβρικές ποικιλότητες. Ο προβολικός χώρος και προβολικές ποικιλότητες. Διάσταση. Ρητές και αμφίρρητες απεικονίσεις. Blow up. Ομαλά σημεία και ιδιώματα μιας ποικιλότητας. Λείες ποικιλότητες. Το πολυώνυμο του Hilbert μιας προβολικής ποικιλότητας. Ο βαθμός μιας προβολικής ποικιλότητας. Θεωρία τομών, το θεώρημα του Bezout και εφαρμογές. Θέματα επιλογής, όπως: Schemes, συνομολογία των Sheaves. Αλγεβρικές καμπύλες.

Α20: ΘΕΩΡΙΑ ΣΥΝΟΛΩΝ

Η διαισθητική έννοια του "συνόλου", αξιώματα Zermelo-Fraenkel, δυναμοσύνολα, κατασκευή των φυσικών αριθμών, διατακτικοί αριθμοί και η αριθμητική τους, υπερ- πεπερασμένη επαγωγή, πληθάριθμοι, αξίωμα επιλογής, αξίωμα συνεχούς, "Μεγάλοι Πληθάριθμοι" και εφαρμογές, στοιχεία Περιγραφικής Συνολοθεωρίας, ειδικά θέματα.

Α21: ΛΟΓΙΚΗ

Προτασιακός Λογισμός, πίνακες αληθείας, λογική συνέπεια, ταυτολογίες, τυπικές αποδείξεις, το Θεώρημα Πληρότητας και το Θεώρημα Συμπάγειας για τον Προτασιακό Λογισμό, κατηγορήματα, Κατηγορηματικός Λογισμός, πρωτοτάξιες γλώσσες, ερμηνείες (μοντέλα), ερμηνεία τύπων και προτάσεων, τυπικές αποδείξεις, ικανοποιησιμότητα συνόλων τύπων, τα Θεωρήματα Πληρότητας και Συμπάγειας στον Κατηγορηματικό Λογισμό, αναδρομικές συναρτήσεις, Θεώρημα Μη-Πληρότητας της Αριθμητικής, ερμηνείες της Θεωρίας Συνόλων και της αριθμητικής του Peano, ιδιότητες εκφράσιμες σε πρωτοτάξιες γλώσσες, πολύ-τιμη Λογική, στοιχεία "λ-calculus", ειδικά θέματα.

Α22: ΥΠΟΛΟΓΙΣΙΜΟΤΗΤΑ

Πεπερασμένα Αυτόματα (Μηχανές Πεπερασμένων Καταστάσεων), υπολογισιμότητα και μη υπολογισιμότητα με Πεπερασμένα Αυτόματα, Μηχανές Turing, Συστήματα Post, Αναδρομικές Συναρτήσεις, ισοδυναμία διαφόρων μοντέλων υπολογισμού, Πρόβλημα Τερματισμού και μη υπολογισιμότητα, αλγοριθμική πολυπλοκότητα και μέτρα πολυπλοκότητας, παραδείγματα πολυπλοκότητας, υπολογισιμότητα στη Θεωρία Αριθμών, την Άλγεβρα και τη Γωμετρία, ειδικά θέματα.

Α23: ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΚΑΙ ΠΟΛΥΠΛΟΚΟΤΗΤΑ

Η έννοια του 'Προβλήματος' στη Θεωρία Αλγορίθμων, χρονική και χωρική πολυπλοκότητα, βάσεις δεδομένων, τεχνικές εύρεσης "καλών" αλορίθμων, balancing, dynamic programing, αλγόριθμοι ταξινόμησης, κάτω φράγματα πολυπλοκότητας, μέση πολυπλοκότητα, αλγόριθμοι σε γραφήματα, αλγόριθμοι στην Άλγεβρα και την Γεωμετρία, Προβλήματα Nondeterministically Polynomial (NP), προβλήματα πλήρη στην κλάση NP, πρόβλημα SAT, πρόβλημα Hamilton, πρόβλημα "κλίκας", πρόβλημα επίλυσης συστήματος γραμμικών συστημάτων στους ακεραίους, ειδικά θέματα.

Α30: ΣΥΝΔΥΑΣΤΙΚΗ

Συνδυαστικές αρχές με τη χρήση των στοιχειωδών αριθμητικών πράξεων, Γεννήτριες Συναρτήσεις, "Αρχή του Περιστερώνα", Συνδυαστικές αρχές στη Θεωρία Συνόλων, "μέτρηση Polya" με χρήση Θεωρίας Ομάδων, στοιχεία Αναλυτικής Συνδυαστικής, "Permutation Patterns", στοιχεία Θεωρίας Ramsey, Θεωρία Γραφημάτων, ειδικά θέματα.

Α31: ΚΡΥΠΤΟΓΡΑΦΙΑ

I. Ιστορικά κρυπτοσυστήματα**:** Κρυπτοσύστημα του Καίσαρα, μονοαλφαβητική αντικατάσταση, πολυαλφαβητική αντικατάσταση, one-time-pad.

II. Τμηματικά κρυπτοσυστήματα (Block ciphers): Σχήμα του Feistel, DES, MACs.

III. Βασικοί αλγεβρικοί/αριθμοθεωριτικοί αλγόριθμοι: Ευκλείδιος αλγόριθμος, Κινέζικο θεώρημα υπολοίπου, υπολογισμοί στην ομάδα των ακεβραίων modulo n.

IV. Συστήματα δημοσίου κλειδιού: Πρωτόκολλο Diffie-Hellman (Το πρωτόκολλο Diffie- Hellman, Τα προβλήματα υπολογισμού και απόφασης Diffie-Hellman, το πρόβλημα του διακριτού λογαρίθμου). Συστήματα κρυπτογράφησης (Σύστημα ElGamal, σύστημα RSA, το πρόβλημα της παραγοντοποίησης ακεραίων, επιθέσεις και ορισμοί ασφαλείας). Συστήματα ψηφιακών υπογραφών (Σύστημα ElGamal, σύστημα RSA, υπογραφές DSA, υπογραφές Schnorr, επιθέσεις και ορισμοί ασφαλείας). Επιπλέον εφαρμογές (πχ συστήματα δέσμευσης).

V. Ειδικά θέματα: Εφόσον το επιτρέπει ο χρόνος (π.χ. κρυπτογραφία ελλειπτικών καμπύλων, κρυπτοσυστήματα σακιδίου, lattices και αλγόριθμος αναγωγής βάσης LLL, κρυπτοσυστήματα βασισμένα σε κώδικες)

Α32: ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ

I. Βασικές έννοιες σε πεπερασμένα σώματα: Βασικές έννοιες και ιδιότητες πεπερασμένων σωμάτων.

II. Γραμμικοί κώδικες: Βασικοί ορισμοί, γραμμική άλγεβρα πάνω από πεπερασμένα σώματα,κωδικοποίηση και αποκωδικοποίηση με σύνδρομα.

III. Φράγματα: Φράγμα Singleton, ορισμός και ιδιότητες κωδίκων MDS, φράγμα Hamming, ορισμός τέλειων κωδίκων και κωδίκων Hamming, φράγμα Gilbert-Varshamov.

IV. Κατασκευές: Βασικές μέθοδοι κατασκευής νέων κωδίκων από παλιούς, κώδικες Reed- Muller.

V. Κυκλικοί κώδικες; Γενική κατασκευή, κώδικες BCH, κλασσικοί κώδικες Reed-Solomon.

VI. Αλγεβρο-Γεωμετρικοί κώδικες: Γενικευμένοι κώδικες Reed-Solomon, κώδικες Goppa.

Β0: ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

Μέτρα και εξωτερικά μέτρα, μέτρο Lebesgue και γενικότερα μέτρα Borel, μετρήσιμες συναρτήσεις, θεώρημα Lusin, ολοκλήρωμα, ολοκλήρωμα Lebesgue και Lebesgue-Stieltjes, μέτρο γινόμενο και πολλαπλά ολοκληρώματα, θεωρήματα Tonelli και Fubini, συγκλίσεις (κατά σημείο, κατά μέσο, κατάμέτρο, σχεδόν

ομοιόμορφη), προσημασμένα και μιγαδικά μέτρα, οι διασπάσεις Hahn, Jordan και Lebesgue (απολύτως συνεχή και ιδιάζοντα μέτρα), μεγιστική συνάρτηση Hardy-Littlewood, θεώρημα διαφόρισης του Lebesgue, παράγωγος Radon-Nikodym, οι χώροι Lp και ο δυισμός τους. Επιπλέον θέματα ανάλογα με τον χρόνο: συναρτήσεις φραγμένης κύμανσης, απόλυτα συνεχείς συναρτήσεις, θεωρία χώρων Hilbert, σειρές Fourier στον L2, μέτρα Borel σε (τοπικά) συμπαγείς χώρους και θεώρημα αναπαράστασης Riesz.

B1: ΣΥΝΑΡΤΗΣΙΑΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

Χώροι με νόρμα. χώροι Banach, διαχωρισιμότητα, λήμμα Riesz και συμπάγεια κλειστής μπάλας, ομοιόμορφα κυρτές νόρμες, απόσταση σημείου από κυρτό κλειστό σύνολο. χώροι με εσωτερικό γινόμενο, χώροι Hilbert, ορθογώνιο συμπλήρωμα, προβολές, ορθοκανονικά σύνολα και βάσεις, ανισότητα Bessel, θεώρημα Riesz-Fischer, ταυτότητα Parseval, διαχωρισιμότητα και θεώρημα Schmidt, δυικός χώρος. θεώρημα Riesz για χώρους Hilbert, θεώρημα Hahn-Banach (και Bohnenblust- Sobczyk) στη γενική μορφή του, δεύτερος δυικός, αυτοπάθεια, θεώρημα Baire. αρχή ομοιόμορφου φράγματος για συναρτησοειδή, ασθενής και ασθενής-σύγκλιση, θεώρημα Mazur, θεώρημα Helly,$*$ ασθενής και ασθενής- τοπολογία, θεώρημα Alaoglou, φραγμένοι γραμμικοί τελεστές, η άλγεβρα $*$ B(X), δυικός τελεστής. αρχή ομοιόμορφου φράγματος, σύγκλιση (κατά νόρμα, ισχυρή, ασθενής) τελεστών, θεώρημα ανοικτής απεικόνισης, θεώρημα κλειστού γραφήματος, φάσμα τελεστή (σημειακό, συνεχές, περιθωριακό), συμπάγεια φάσματος, ολομορφία αναλύοντος τελεστή, φασματική ακτίνα, συμπαγής τελεστής, συζυγής τελεστής, φασματικό θεώρημα για συμπαγείς αυτοσυζυγείς (και κανονικούς) τελεστές. Επιπλέον θέματα ανάλογα με τον χρόνο: τοπικά κυρτοί χώροι, χώροι Frechet, θεώρημα Schauder για τη συμπάγεια του τελεστή και του δυικού του, φάσματα συμπαγών τελεστών, θεώρημα Riesz-Schauder, βάσεις Hamel και Schauder, θεωρήματα σταθερού σημείου, εργοδικό θεώρημα von Neumann, τελεστές Hilbert-Schmidt, ακραία σημεία, θεώρημα Krein-Milman, και ολοκληρωτικές αναπαραστάσεις.

B2: ΜΙΓΑΔΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

Τοπολογία μιγαδικού επιπέδου (συμπαγή, συνεκτικά σύνολα), επεκτεταμένο μιγαδικό επίπεδο, όρια και συνέχεια συναρτήσεων, σειρές αριθμών και συναρτήσεων (τέστ Weierstrass), επικαμπύλια ολοκληρώματα, παράγωγος και ολομορφία, εξισώσεις Cauchy- Riemann, ειδικές συναρτήσεις (εκθετική, κλάδοι λογαρίθμου, δυνάμεις, κλάδοι ριζών, συναρτήσεις οριζόμενες από επικαμπύλια ολοκληρώματα, συναρτήσεις οριζόμενες από δυναμοσειρές), θεώρημα Cauchy-Goursat, ύπαρξη αντιπαραγώγου σε ειδικά (π.χ. κυρτά) σύνολα, τοπικοί τύποι Cauchy, σειρές Taylor και Laurent, πολλαπλότητα ρίζας, ανωμαλίες (πόλοι, ουσιώδεις και σχετικά κριτήρια), θεώρημα Morera. Εκτιμήσεις Cauchy, θεώρημα Liouville, θεμελιώδες θεώρημα άλγεβρας, αρχή ταυτότητας, αρχή μεγίστου, αρχή ανοικτής απεικόνισης, δείκτης στροφής, ομοτοπία καμπυλών, αλυσίδες και κύκλοι (καμπυλών), ομολογία, σφαιρικό θεώρημα Cauchy, θεώρημα ολοκληρωτικών υπολοίπων, (υπολογισμοί ολοκληρωμάτων), μερόμορφες συναρτήσεις, αρχή ορίσματος, θεώρημα Rouché, απλή συνεκτικότητα(ομοτοπική, ομολογική, τοπολογική), πεπερασμένη συνεκτικότητα, προσέγγιση με πολυώνυμα και ύπαρξη κλάδου λογαρίθμου σε απλά συνεκτικό σύνολο, περίοδοι συνάρτησης σε πεπερασμένα συνεκτικό σύνολο, ομοιόμορφη σύγκλιση στα συμπαγή υποσύνολα ανοικτού συνόλου, θεώρημα Montel, θεώρημα Hurewicz, λήμμα Schwarz, θεώρημα Riemann, σύμμορφοι αυτομορφισμοί του δίσκου και του άνω ημιεπιπέδου. Επιπλέον θέματα ανάλογα με τον χρόνο: θεώρημα προσέγγισης Runge, τύπος και ανισότητα Jensen, ακέραιες συναρτήσεις (κανονική αναπαράσταση), θεώρημα παραγοντοποίησης Weierstrass, θεώρημα Mittag-Leffler, αρμονικές συναρτήσεις (τύπος Poisson, αρμονική συζυγής, συνοριακές τιμές, αρχή ανάκλασης, αρχή Harnack, πρόβλημα Dirichlet), συναρτήσεις Γ και ζ, θεώρημα κατανομής πρώτων, αναλυτική συνέχιση και θεώρημα μονοδρομίας, χώροι Hp.

B3: ΑΡΜΟΝΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

Σειρές Fourier στον L1 (και άρα στους Lp), λήμμα Riemann-Lebesgue, κριτήρια σύγκλισης (Dini, Jordan), πυρήνες Dirichlet, Fejer, Poisson, προσεγγίσεις της μονάδας, αθροισιμότητα κατά νόρμα, πυκνότητα τριγωνομετρικών πολυωνύμων στους Lp, μετασχηματισμός Fourier στον L1, λήμμα Riemann-Lebesgue, κριτήρια σύγκλισης (Dini, Jordan), μετασχηματισμός Fourier στον χώρο του Schwarz και στον χώρο των tempered κατανομών (π.χ. στον χώρο των μιγαδικών μέτρων Borel), μετασχηματισμός Fourier στον L2, ανισότητα Hausdorff-Young, μετασχηματισμός Fourier στους Lp ($1<p<2$), φραγμένοι γραμμικοί τελεστές στους L1 και L2 αναλλοίωτοι από μεταφορές, τύπος αντιστροφής στους L1 και L2, πυρήνες Gauss, Poisson, ισχυρά

και ασθενώς φραγμένοι γραμμικοί τελεστές στους Lp, μεγιστικός τελεστής οικογένειας τελεστών, θεώρημα Marcinkiewicz, επανάληψη μεγιστικού τελεστή Hardy- Littlewood (στους Lp και στον LlogL) και ο ρόλος του στον έλεγχο άλλων μεγιστικών τελεστών, διάσπαση Calderon-Zygmund, ο συζυγής του πυρήνα Poisson και ο τελεστής Hilbert στους Lp για διάσταση 1, πολλαπλασιαστές, κ.σ. αντιστροφή του μετασχηματισμού Fourier (και κ.σ. σύγκλιση των σειρών Fourier) για διάσταση 1, μετασχηματισμός Fourier θετικών μέτρων, θετικά ορισμένες κατανομές, θεώρημα Bochner. Επιπλέον θέματα ανάλογα με τον χρόνο: ο χώρος BMO, θεώρημα John-Nirenberg, αντίστροφες ανισότητες Hölder, ο τελεστής Hilbert στον L∞ και BMO, ο μετασχηματισμός Fourier Lp → Lp' δεν είναι επί (λήμμα van der Corput και ανισότητα Khintchin), singular integrals και τελεστές Calderon-Zygmund, τελεστές Riesz.

Β4: ΕΡΓΟΔΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ

Παραδείγματα μετρήσιμων δυναμικών συστημάτων, το θεώρημα επαναφοράς του Poincare, το εργοδικό θεώρημα Von Neumann και Birkhoff, το θεώρημα Von Neumann για τετράγωνα, εφαρμογή σε θεωρία Ramsey (θεώρημα Furstenberg-Sarkozy), εφαρμογές (ισοκατανομή ακολουθιών, κανονικοί αριθμοί, συνεχή κλάσματα, ισχυρός νόμος μεγάλων αριθμών για στάσιμες στοχαστικές ανελίξεις), παραδείγματα weak mixing συστημάτων και ισοδύναμοι ορισμοί, strong mixing, ισομορφία, factors, Kronecker factor, θεώρημα διακριτού φάσματος Halmos-Von Neumann, αμετάβλητα μέτρα σε συμπαγείς μετρικούς χώρους, μοναδικά εργοδικά συστήματα, ισοκατανομή άρρητων πολυωνύμων, εργοδική ανάλυση αμετάβλητων μέτρων, πολλαπλό εργοδικό θεώρημα Furstenberg, εφαρμογή σε θεωρία Ramsey (θεώρημα Roth), εντροπία διαμέρισης και δυναμικού συστήματος, υπολογισμός σε απλές περιπτώσεις, μη ισομορφία Bernoulli 2-shift και 3-shift, το θεώρημα Shannon-McMillan-Breiman.

Γ0: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ RIEMANN

I. Διαφορίσιμες Πολλαπλότητες: Διαφορίσιμες πολλαπλότητες και απεικονίσεις. Ο εφαπτόμενος χώρος και η εφαπτομένη δέσμη. Υποπολλαπλότητες. Διανυσματικά πεδία και παράγωγος Lie Ολοκλήρωση διανυσματικών πεδίων και ροές.

II. Συνοχές σε πολλαπλότητες: Γραμμικές συνοχές. Γεωδαισιακές και η εκθετική απεικόνιση.

III. Πολλαπλότητες Riemann: Μετρικές Riemann Η συνοχή Levi-Civita. Γεωδαισιακές και κανονικοί χάρτες σε πολλαπλότητες Riemann, Οι γεωδαισιακές στους χώρους μοντέλα.

IV. Γεωμετρία και απόσταση: Απόσταση και τοπολογία σε μια πολλαπλότητα Riemann. Πληρότητα και το θεώρημα Hopf-Rinow. Ισομετρίες και το θεώρημα Myers-Steenrod.

V. Καμπυλότητα: Ο τανυστής καμπυλότητας Καμπυλότητα τομής και καμπυλότητα Ricci Riemannian submersions και οι τύποι του O'Neil. Η δεύτερη ταυτότητα του Bianchi, το θεώρημα του Schur και οι πολλαπλότητες Einstein.

VI. Γεωμετρία και Τοπολογία: Η διαφορική εξίσωση το Jacobi. Συζυγή σημεία και το θεώρημα Cartan-Hadamard-Kobayashi. Χώροι σταθερής καμπυλότητας τομής και κατάταξη Η μεταβολή του συναρτησοειδούς του μήκους και ο τύπος του Synge. Το θεώρημα Bonnet- Myers.

Γ1: ΔΙΑΦΟΡΙΣΙΜΕΣ ΠΟΛΛΑΠΛΟΤΗΤΕΣ

I. Διαφορίσιμες Πολλαπλότητες: Διαφορίσιμες Πολλαπλότητες. Λείες απεικονίσεις σε πολλαπλότητες. Πολλαπλότητες πηλίκα.

II. Εφαπτόμενος χώρος: Εφαπτόμενος χώρος. Εφαπτόμενη Δέσμη. Υποπολλαπλότητες. Θεωρήματα Σταθερής Βαθμίδας. Εφαπτόμενη Δέσμη. Διαμέριση της μονάδας. Διανυσματικά πεδία.

III. Στοιχεία Ομάδων Lie: Ομάδες Lie. Άλγεβρες Lie

IV. Διαφορικές Μορφές: Διαφορικές 1- Μορφές. Διαφορικές k- Μορφές. Εξωτερική παράγωγος. Παράγωγος Lie και εσωτερικός πολλαπλασιασμός.

V. Ολοκλήρωση: Προσανατολισμοί. Πολλαπλότητες με σύνορο. Ολοκλήρωση επί πολλαπλοτητων. Θεώρημα Stokes.

VI. Θεωρία DeRham: Συνομολογία DeRham. Μακρά ακριβής ακολουθία στη συνομολογία. Ακολουθία

Mayer-Vietoris. Αναλλοίωτο της ομοτοπίας. Υπολογισμοί συνομολογιών.

Γ2: ΑΛΓΕΒΡΙΚΗ ΤΟΠΟΛΟΓΙΑ – ΟΜΟΤΟΠΙΑ

I. Ομοτοπία: Ομοτοπικές απεικονίσεις Ομοτοπικός τύπος Κατηγορίες, συναρτητές και αλγεβρικά αναλλοίωτα. Οι κατά τόξα συνεκτικές συνιστώσες

II. Η θεμελιώδης ομάδα: Κατασκευή της θεμελιώδους ομάδας. Παραδείγματα και εφαρμογές. Ελεύθερες ομάδες και ελεύθερα γινόμενα. Το θεώρημα Seifert-Van Kampen. Υπολογισμοί και εφαρμογές του θεωρήματος Seifert-Van Kampen.

III. Χώροι επικάλυψης: Βασικές έννοιες και παραδείγματα. Ανυψώσεις απεικονίσεων σε χώρους επικάλυψης. Απεικονίσεις επικάλυψης και θεμελιώδης ομάδα. Η καθολική επικάλυψη ενός χώρου. Οι αυτομορφισμοί μιας επικάλυψης. Η κατάταξη των επικαλύψεων ενός χώρου μέσω υποομάδων της θεμελιώδους ομάδας.

IV. Ανώτερες ομάδες ομοτοπίας: H-groups και loop spaces. Η ανάρτηση (suspension). Ομάδες ομοτοπίας. Ακριβείς ακολουθίες. Ινώσεις (fibrations). Ο ρόλος του βασικού σημείου. Οι ομάδες ομοτοπίας των σφαιρών.

Γ3: ΑΛΓΕΒΡΙΚΗ ΤΟΠΟΛΟΓΙΑ – ΟΜΟΛΟΓΙΑ

I. Ομολογία: Ομοτοπία και ομοτοπικές απεικονίσεις. Ομοτοπικός τύπος. Κατηγορίες, συναρτητές και αλγεβρικά αναλλοίωτα. Οι ομάδες ιδιάζουσας ομολογίας ενός τοπολογικού χώρου. Αλυσωτά συμπλέγματα και ακριβείς ακολουθίες. Τα αξιώματα Eilenberg- Steenrodγια μία ομολογική θεωρία και συνέπειες. Η ιδιάζουσα ομολογία (singular homology). Το ομοτοπικό αξίωμα για την ιδιάζουσα ομολογία. Το αξίωμα της περικοπής για την ιδιάζουσα ομολογία. Η ακριβής ακολουθία Mayer-Vietoris και εφαρμογές της ιδιάζουσας ομολογίας. Το θεώρημα του Hurewicz.

II. Ομολογία με συντελεστές: Το τανυστικό γινόμενο. Το torsion product. Universal Coefficient Theorem. Η ιδιάζουσα ομολογία με συντελεστές.

III. Συνομολογία: Ομάδες ομομορφισμών. Hom και Ext. Συνομολογία αλυσωτών συμπλεγμάτων. Η ιδιάζουσα συνομολογία.

IV. Γινόμενα: Το cross product, το Θεώρημα Eilenberg-Zilber και ο τύπος του Kunneth. Το cross product στην συνομολογία. Το cup product και εφαρμογές.

V. Τοπολογικές πολλαπλότητες και Δυϊσμός: Προσανατολισμός τοπολογικών πολλαπλοτήτων. Η ιδιάζουσα ομολογία μιας τοπολογικής n-πολλαπλότητας στους βαθμούς

≥n. Το cap product. Αλγεβρικά όρια. Δυϊσμός Poincare-Lefschetz. Εφαρμογές.

Γ4: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΤΩΝ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

Διαφορικές εξισώσεις και ολοκλήρωση διανυσματικών πεδίων. Ροές και η φύση των τροχιών τους. Αναλλοίωτα και ελάχιστα σύνολα. Γραμμικά δυναμικά συστήματα. Στροφές του κύκλου. Μονοπαραμετρικές υποομάδες του n-torus. Gradient διανυσματικά πεδία. Η μετάθεση (shift) στο χώρο των ακολουθιών συμβόλων από πεπερασμένο αλφάβητο. Αναλλοίωτα μέτρα. Μονοσήμαντη εργοδικότητα. Το θεώρημα ισοκατανομής το Weyl. Σωληνοειδή και προσθετικές μηχανές. Συζυγία .Η λογιστική απεικόνιση. Το πέταλο του Smale.Χάος. Το θεώρημα του Sharkovskii. Θεωρία Poincare-Bendixson και εφαρμογές. Ροές στον 2-torus χωρίς σταθερά σημεία. Ομοιομορφισμοί του κύκλου και ο αριθμός στροφής του Poincare. Ημισυζυγία με στροφές. Η ανισότητα Denjoy-Koksma και μονοσήμαντη εργοδικότητα. Το θεώρημα του Denjoy και το θεώρημα του A. J. Schwartz. Παραδείγματα C^1 αμφιδιαφορίσεων των Denjoy-Herman.

Δ10: ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΜΕ ΜΕΡΙΚΕΣ ΠΑΡΑΓΩΓΟΥΣ

Εξίσωση του Laplace : Βασικές ιδιότητες των αρμονικών συναρτήσεων, Ανισότητα Harnack, Θεμελιώδης λύση, Συναρτήσεις Green, Πυρήνας Dirichlet για μπάλλα και ημίχωρο,Εξίσωση Poisson, Αρχή μεγίστου, Ενεργειακές μέθοδοι, Αρχή του Dirichlet, Η μέθοδος του Perron.

Εξίσωση θερμότητας: Θεμελιώδης λύση, Πρόβλημα Cauchy, Μη ομογενές πρόβλημα, Ιδιότητα μέσης τιμής, Ανισότητα Harnack, Αρχή μεγίστου, Ομαλότητα, Ενεργειακές μέθοδοι.

Κυματική Εξίσωση: Οι τύποι Kirchoff και Poisson, Μη ομογενές πρόβλημα, Ενεργειακές μέθοδοι.

Εξισώσεις Ελλειπτικού τύπου: Αρχή μεγίστου, A priori εκτιμήσεις, Στοιχεία Συναρτησιακής Ανάλυσης, A priori εκτιμήσεις Schauder, Πρόβλημα Dirichlet στην γενική περίπτωση.

Εξισώσεις Παραβολικού τύπου: Αρχή μεγίστου, A priori εκτιμήσεις.

Μη γραμμικές εξισώσεις πρώτης τάξης: Η μέθοδος των χαρακτηριστικών.

Δ11: ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΜΕ ΜΕΡΙΚΕΣ ΠΑΡΑΓΩΓΟΥΣ – ΘΕΩΡΙΑ ΑΣΘΕΝΩΝ ΛΥΣΕΩΝ

Χώροι Sobolev : Ασθενείς παράγωγοι, Χώροι Sobolev, Ιδιότητες, Προσέγγιση από ομαλές συναρτήσεις, Επέκταση, Ίχνος, Ανισότητες Sobolev, Ανισότητες Morrey, Συμπάγεια, Δυικοί χώροι, Χώροι με χρόνο.

Ελλειπτικές Εξισώσεις: Ασθενείς λύσεις, Ύπαρξη ασθενών λύσεων, Ενεργειακές μέθοδοι, Εναλλακτικό του Fredholm, Εσωτερική ομαλότητα, Συνοριακή ομαλότητα, Ιδιοτιμές, Ιδιοσυναρτήσεις.

Παραβολικές εξισώσεις: Ασθενείς λύσεις, Η μέθοδος Galerkin, Ενεργειακές εκτιμήσεις, Ύπαρξη ασθενών λύσεων, Μονοσήμαντο ασθενών λύσεων, Ομαλότητα ασθενών λύσεων.

Υπερβολικές εξισώσεις: Ασθενείς λύσεις, Η μέθοδος Galerkin, Ενεργειακές εκτιμήσεις, Ύπαρξη ασθενών λύσεων, Μονοσήμαντο ασθενών λύσεων, Ομαλότητα ασθενών λύσεων.

Υπερβολικά συστήματα πρώτης τάξης: Ασθενείς λύσεις, Η μέθοδος του ιξώδους, Ενεργειακές εκτιμήσεις, Ύπαρξη και μονοσήμαντο.

Δ12: ΣΥΝΗΘΕΙΣ ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΚΑΙ ΔΥΝΑΜΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

Τοπική ύπαρξη λύσεων (Picard--Lindeloff και Peano). Μονοσήμαντο λύσεων. Λήμμα Gronwall. Ομαλή εξάρτηση λύσεων από δεδομένα -- παραμέτρους.

Γραμμικά συστήματα: Θεμελιώδεις λύσεις, σταθεροί και μη σταθεροί συντελεστές, ασυμπτωτική συμπεριφορά λύσεων.

Ασυμπτωτική συμπεριφορά μη γραμμικών εξισώσεων. Ευστάθεια και αστάθεια λύσεων. Γραμμικοποίηση. Συναρτησοειδή Lyapounof για μελέτη ευστάθειας.

Poincare-- Bendixon, ύπαρξη περιοδικών λύσεων. Στοιχεία θεωρίας διακλάδωσης στη μία και δύο διαστάσεις. Διαγράμματα φάσεων για αυτόνομα συστήματα.

Δ14: ΛΟΓΙΣΜΟΣ ΜΕΤΑΒΟΛΩΝ

Ευθείς μέθοδοι Λογισμού Μεταβολών, Ύπαρξη Ελαχιστοποιητών, Coersivity, Κάτω ημισυνέχεια, Ασθενείς λύσεις της Euler-Lagrange, Κυρτότητα, Συστήματα, Οιωνεί κυρτότητα, Τοπικοί Ελαχιστοποιητές, Δεσμεύσεις, Compansated Συμπάγεια, Concantration Συμπάγεια, Οριακές περιπτώσεις συνθήκης Palais-Smale, Αναλλοίωτα, Θεώρημα Noether, Αποτελέσματα Pohozaev, Brezis-Nirenberg, Lions, Struwe, Η επίδραση της Τοπολογίας, Ισοπεριμετρικές Ανισότητες.

Δ15: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΡΕΥΣΤΩΝ

I. Εξισώσεις Navier-Stokes για ασυμπίεστα ρευστά.

II. Βασικοί συναρτησιακοί χώροι, ανισότητες και θεωρήματα εμφύτευσης. Θεώρημα Riesz και Leray – Schauder.

III. Μη γραμμική στατική περίπτωση. Ασθενής μορφή του προβλήματος. Υπαρξη και μοναδικότητα της λύσης. Κλασική λύση.

IV. Μη γραμμική μη στατική περίπτωση. Ασθενής μορφή του προβλήματος. Ολική και τοπική λύση. Μέθοδος Galerkin.Υπαρξη και μοναδικότητα της ολικής λύσης για n=2. Υπαρξη και μοναδικότητα της τοπικής λύσης για n=3. Κλασική λύση. Υπαρξή της ολικής ασθενούς λύσης για n=3.

V. Σύντομη αναφορά στις εξισώσεις Navier - Stokes για συμπίεσιμα ρευστά, εξισώσεις Euler και Prandtl.

Θ10: ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

I. Νόρμες και εσωτερικά γινόμενα σε ένα γραμμικό χώρο. Ανισότητα Cauchy-Schwarz. Νόρμα που παράγεται από ένα εσωτερικό γινόμενο. Βασικές νόρμες του χώρου διανυσμάτων, όπως η Ευκλείδεια νόρμα, η νόρμα μεγίστου, η νόρμα αθροίσματος, η νόρμα Frobenius και η p-νόρμα. Ανισότητες Young, Holder και Minkowski. Σύγκλιση σε χώρο με νόρμα και πληρότητα χώρου με νόρμα. Ισοδυναμία νορμών. Ισοδυναμία νορμών σε χώρο με πεπερασμένη διάσταση. Βέλτιστες προσεγγίσεις από υπόχωρο σε χώρο με εσωτερικό γινόμενο. Νόρμες πινάκων. Υποπολλαπλασιαστικές και φυσικές νόρμες πινάκων. Χαρακτηρισμός των φυσικών νορμών πινάκων που παράγονται από τη νόρμα μεγίστου, τη νόρμα αθροίσματος και την Ευκλείδια νόρμα. Αντιστρεψιμότητα του πίνακα I-A και αναπαράσταση του αντιστρόφου του I-A ως γεωμετρική σειρά του A.

II. Γραμμικά συστήματα: Δείκτης κατάστασης πίνακα. Ανάλυση διαταραχών για γραμμικά συστήματα. Επιρροή του σφάλματος αποκοπής και στρογγύλευσης στη λύση γραμμικών συστημάτων. Απαλοιφή Gauss και ανάλυση PA=LU ενός πίνακα. Ανάλυση Cholesky για Ερμιτιανούς και θετικά ορισμένους πίνακες. Επαναληπτικές μέθοδοι: Gauss-Seidel, Jacobi, SOR. Γενική θεωρία σύγκλισης επαναληπτικών μεθόδων. Θετικά ορισμένοι πίνακες και ιδιότητές τους. Μέθοδος καθόδου μεγίστης κλίσης και η σύγκλισή της. Κατασκευή της μεθόδου συζυγών κλίσεων και η σύγκλισή της.

III. Προσέγγιση της λύσης μη γραμμικών συστημάτων: Το θεώρημα σταθερού σημείου του Banach. Διαφορίσιμες συναρτήσεις πολλών μεταβλητών. Θεώρημα μέσης τιμής και τετραγωνική προσέγγιση για διαφορίσιμες συναρτήσεις. Μια γενική επαναληπτική μέθοδος για την προσέγγιση της ρίζας ομαλών συναρτήσεων μίας μεταβλητής, συνθήκες σύγκλισής της και τάξη σύγκλισής της. Η μέθοδος Newton για της προσέγγιση της λύσης συναρτήσεων μίας μεταβλητής και συστημάτων μη γραμμικών εξισώσεων. Σύγκλιση της μεθόδου του Newton.

IV. Παρεμβολή και προσέγγιση: Πολυωνυμική παρεμβολή Lagrange, Hermite και προσεγγιστικές ιδιότητές τους. Πολυώνυμα Chebyshev. Χώροι τμηματικά πολυωνυμικών συναρτήσεων (splines): κατασκευή και προσεγγιστικές τους ιδιότητες. Θεώρημα πυρήνα Peano.

V. Αριθμητική Ολοκλήρωση: Ορθογώνια Πολυώνυμα. Κανόνες Newton-Cotes. Κανόνες Gauss-Legendre. Εκτιμήσεις σφαλμάτων απλών και σύνθετων κανόνων αριθμητικής ολοκλήρωσης. Η μέθοδος Romberg. Αριθμητική ολοκλήρωση σε διδιάστατα πολυγωνικά χωρία.

Θ11: ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ ΔΙΑΦΟΡΙΚΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ

1) Προβλήματα αρχικών τιμών για συστήματα ΣΔΕ. Μοναδικότητα της λύσης υπό τη συνθήκη Lipschitz και υπό τη μονόπλευρη συνθήκη Lipschitz. Ανισότητα Gronwall.
   a) Μονοβηματικές μέθοδοι.
      i) Η μέθοδος του Euler: κατασκευή, ευστάθεια, συνέπεια, σύγκλιση. Η πεπλεγμένη μέθοδος του Euler: ύπαρξη και μοναδικότητα προσεγγίσεων, συνέπεια, ευστάθεια και σύγκλιση.
      ii) Γενική θεωρία μεθόδων Runge-Kutta: ευστάθεια, συνέπεια, σύγκλιση. Παραδείγματα μεθόδων Runge-Kutta και πολυβηματικών.
   b) Πολυβηματικές μεθόδοι. ευστάθεια, συνέπεια, σύγκλιση. Παραδείγματα πολυβηματικών μεθόδων.
   c) Απόλυτη ευστάθεια, A-ευστάθεια και συνάρτηση ευστάθειας για μεθόδους Runge-Kutta. B-ευστάθεια και αλγεβρική ευστάθεια μεθόδων Runge-Kutta. G-ευστάθεια πολυβηματικών μεθόδων.
   d) Συνεχείς και ασυνεχείς μέθοδοι Galerkin για προβλήματα αρχικών τιμών για συστήματα ΣΔΕ.
2) Προβλήματα Συνοριακών τιμών. Πεπερασμένες διαφορές για προβλήματα δύο σημείων. Ευστάθεια, συνέπεια και σύγκλιση των μεθόδων πεπερασμένων διαφορών για το πρόβλημα δύο σημείων.
3) Προβλήματα αρχικών και συνοριακών τιμών για μερικές διαφορικές εξισώσεις.
   a) Μέθοδοι πεπερασμένων διαφορών για την εξίσωση της θερμότητας. Η άμεση και η πεπλεγμένη μέθοδος του Euler. Η μέθοδος των Crank-Nicolson.
   b) Η εξίσωση της μεταφοράς. μέθοδοι upwind και downwind. Η μέθοδος των Lax-Wendroff. Χωρία υπολογιστικής εξάρτησης. Ευστάθεια και σύγκλιση. Ευστάθεια κατά von Neumann.
   c) Υπερβολικές εξισώσεις δεύτερης τάξης. Η εξίσωση του κύματος. Μέθοδοι πεπερασμένων διαφορών.

d) Μέθοδοι πεπερασμένων διαφορών για την ελλειπτική εξίσωση στις δύο διαστάσεις. Μέθοδοι λύσης των συμμετρικών κατά blocks και θετικά ορισμένων πινάκων. Σύγκλιση των μεθόδων.

Θ12: ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

I. Σύντομη εισαγωγή στη θεωρία χώρων Hilbert. Θεώρημα αναπαράστασης Riesz. Θεώρημα Lax-Milgram. Θεώρημα Galerkin. Γενικευμένες παράγωγοι. Χώροι Sobolev. Θεωρήματα πυκνότητας σε χώρους Lp και χώρους Sobolev.

II. Πολυωνυμικοί χώροι συναρτήσεων πολλών μεταβλητών. Χώροι πεπερασμένων στοιχείων βασισμένοι σε τμηματικά πολυωνυμικές συναρτήσεις. Χώροι πεπερασμένων στοιχείων ισοδύναμοι ως προς τη μετατόπιση. Το λήμμα Bramble-Hilbert. Προσεγγιστικές ιδιότητες χώρων πεπερασμένων στοιχείων με εκτιμήσεις του σφάλματος προσέγγισης σε νόρμες χώρων Sobolev.

III. Ασθενής διατύπωση του προβλήματος συνοριακών τιμών: α) για το δεύτερης τάξης, γραμμικό πρόβλημα δύο σημείων και β) για δεύτερης τάξης, γραμμικές ελλειπτικές διαφορικές εξισώσεις με μερικές παραγώγους. Κατασκευή προσεγγίσεων της ασθενούς λύσης με τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων. και εκτιμήσεις σφάλματος για τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων.

IV. Κατασκευή μεθόδων πεπερασμένων στοιχείων για προβλήματα αρχικών τιμών και συνοριακών συνθηκών για την εξίσωση της θερμότητας και την εξίσωση του κύματος.

Θ13: ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ ΚΑΙ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ

I. Απαλοιφή Gauss (μερική και ολική οδήγηση). LU ανάλυση. Ανάλυση Cholesky. Αριθμητική επίλυση αραιών συστημάτων. Οπισθοδρομική ανάλυση σφάλματος.

II. Γενική θεωρία γραμμικού προβλήματος ελαχίστων τετραγώνων. QR ανάλυση. Μετασχηματισμοί Householder και Givens. Ανάλυση ιδιαζουσών τιμών (SVD). Υπολογισμός ανάλυσης ιδιαζουσών τιμών.

III. Γενική επαναληπτική μέθοδος. Μέθοδοι Jacobi και Gauss-Seidel. Μέθοδοι χαλάρωσης (SOR, SSOR). Μέθοδοι Chebyshev. Μέθοδος καθόδου μεγίστης κλίσης και μέθοδος συζυγών κλίσεων. Μέθοδοι υπόχωρων του Krylov (Arnoldi, GMRES, QMR, MINRES).

IV. Τεχνικές προρρύθμισης.

V. Προσέγγιση ιδιοτιμών και ιδιοδιανυσμάτων πινάκων.

VI. Μέθοδοι βελτιστοποίησης για μη γραμμικά προβλήματα χωρίς περιορισμούς

a. Μέθοδοι Νεύτωνα, απότομης καθόδου με κριτήρια αναζήτησης γραμμής

b. Μέθοδοι Quasi-Newton και συζυγών κλίσεων

VII. Μέθοδοι βελτιστοποίησης για μη γραμμικά προβλήματα με περιορισμούς (συνθήκες ΚΚΤ)

a. Μέθοδοι barrier και penalty

b. Μέθοδοι επαυξημένης λαγκρανσιανής

Ε10: ΘΕΩΡΙΑ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ

Κατασκευή χώρων πιθανότητας, τυχαίες μεταβλητές, κατασκευή στοχαστικών διαδικασιών, ανεξαρτησία, μέση τιμή, η πιθανοθεωρητική μέθοδος σε συνδυαστική και θεωρία αριθμών, είδη σύγκλισης (σχεδόν βέβαια, κατά τετραγωνικό μέσο, κατά πιθανότητα, κατά κατανομή), νόμος 0-1 Kolmogorov, ασθενής και ισχυρός νόμος μεγάλων αριθμών, θεώρημα τριών σειρών, νόμος επαναλαμβανόμενου λογαρίθμου Khintchine, εφαρμογές οριακών θεωρημάτων, χαρακτηριστικές συναρτήσεις, το κεντρικό οριακό θεώρημα για ανεξάρτητες και εξαρτημένες τυχαίες μεταβλητές (συνθήκη Lindeberg), εφαρμογές οριακών θεωρημάτων, δεσμευμένη μέση τιμή, (sub)-martingales, οριακά θεωρήματα και εφαρμογές.

Ε11: ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

Συνεχείς στοχαστικές ανελίξεις. Κίνηση Brown. Χρονοδιακόπτες. Παραδείγματα. Συνεχείς martingales και βασικές ιδιότητες. Το ανάπτυγμα Doob-Meyer. Συνεχείς τετραγωνικά ολοκληρώσιμες martingales. Θεωρήματα κατασκευής της Κίνησης Brown. Ιδιότητες των τροχιών της Κίνησης Brown. Το ολοκλήρωμα Ito ως προς

συνεχείς τετραγωνικά ολοκληρώσιμες martingales και βασικές ιδιότητες. Αλλαγές μεταβλητής στο στοχαστικό ολοκλήρωμα. Ο τύπος του Ito και εφαρμογές. Αναπαραστάσεις των συνεχών martingales με τη βοήθεια της Κίνησης Brown. Πιθανοθεωρητική μελέτη των διαφορικών εξισώσεων Laplace και θερμότητας. Συνήθεις στοχαστικές διαφορικές εξισώσεις – Παραδείγματα. Θεωρήματα ύπαρξης και μοναδικότητας της λύσης. Επίλυση ειδικών μορφών διαφορικών εξισώσεων.