

Κλασικά Θεωρήματα της Ευκλείδειας Γεωμετρίας και η Ιστορία τους



Πανεπιστήμιο Κρήτης
Τμήμα Μαθηματικών και Εφαρμοσμένων Μαθηματικών

Μαρία Δρακάκη

Email: madrak@otenet.gr

Επιβλέπων: Μιχάλης Λάμπρου

Μεταπτυχιακή Εργασία

Περίληψη

Το αντικείμενο της παρούσας εργασίας είναι η παρουσίαση ορισμένων από τα πιο κλασικά θεωρήματα της Ευκλείδειας Γεωμετρίας από την αρχαιότητα έως την σύγχρονη εποχή. Δεν επικεντρώνεται όμως στην διατύπωση και στην απόδειξη αυτών, αλλά καταγράφει την ιστορία τους, η οποία συνήθως είναι αρκετά πολύπλοκη. Για να γίνει αυτό χρειάστηκε αρχαική έρευνα, ψάχνοντας σε πρωτότυπα, διάφορων γλωσσών, κείμενα έτσι ώστε να επιβεβαιωθεί ο επινοητής του κάθε θεωρήματος και να παρακολουθήσουμε βήμα βήμα την εξέλιξη του. Στην κάθε περίπτωση εντοπίσαμε την πρώτη δημοσίευσή του, μεταγενέστερους επινοητές του ίδιου θεωρήματος, στηριζόμενοι σε μία μεγάλη εύρους βιβλιογραφία. Επίσης για το κάθε θεώρημα δίνονται αρκετές και διαφορετικές αποδείξεις, που έχουν δοθεί από την αρχαιότητα έως σήμερα.

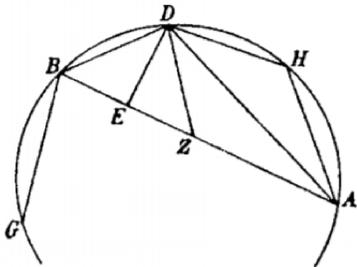
Summary

The subject of this paper is to present some of the most classic theorems of Euclidean Geometry from ancient times to the modern era. It is not focused on the formulation and proof of such, but it records their history, which is usually quite complex. To do this, it took archival research, looking at original texts of various languages to confirm the inventor of a theorem and follow step by step its evolution. We found the first publication and subsequent inventors of the same theorem, relying on a wide range of literature. Also for each theorem are given several and different proofs, produced from antiquity until today.

Μερικά από τα θεωρήματα που παρουσιάζονται σε αυτή την εργασία είναι τα:

1 ΤΟ ΘΕΩΡΗΜΑ ΤΗΣ ΣΠΑΣΜΕΝΗΣ ΧΟΡΔΗΣ

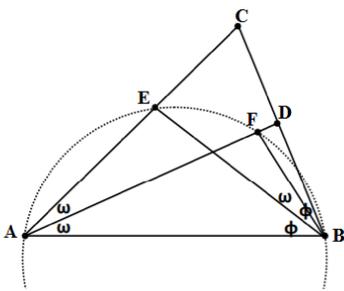
Το «θεώρημα της σπασμένης χορδής» ή «θεώρημα της τεθλασμένης γραμμής» έχει ως εξής:



Αν σε τυχαίο τόξο κύκλου ABC εγγραφεί τεθλασμένη γραμμή αποτελούμενη από δύο άνισα τμήματα ($AB \neq BC$) και από το μέσο D του τόξου αχθεί κάθετος DE στο μεγαλύτερο τμήμα αυτής, τότε τα τμήματα στα οποία διαιρέθηκε η τεθλασμένη είναι ίσα, δηλαδή $CB + BE = EA$.

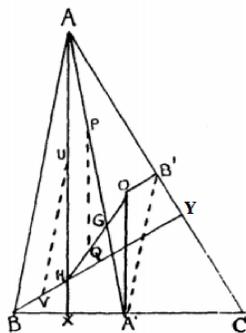
2 ΘΕΩΡΗΜΑ STEINER-LEHMUS

Αν ένα τρίγωνο έχει δύο διχοτόμους ίσες τότε αυτό είναι ισοσκελές

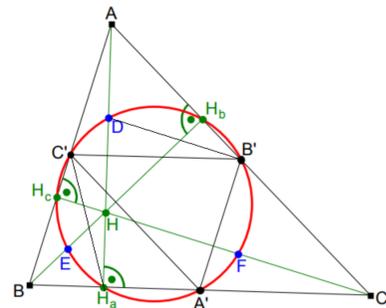


3 Η ΕΥΘΕΙΑ EULER

Το ορθόκεντρο H , το περίκεντρο O και το βαρύκεντρο G ενός τριγώνου είναι συγγραμμικά



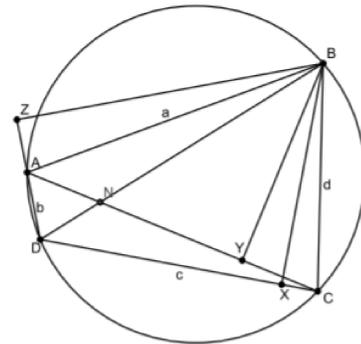
4 Ο ΚΥΚΛΟΣ ΤΟΥ EULER



Τα μέσα των πλευρών ενός τριγώνου, τα ίχνη των υψών του και τα μέσα των αποστάσεων των κορυφών του τριγώνου από το ορθόκεντρο βρίσκονται πάντα σ' έναν κύκλο. Ο Κύκλος αυτός ονομάζεται και **Κύκλος των 9 σημείων** ή **Κύκλος Feuerbach**.

5 ΤΟ ΘΕΩΡΗΜΑ ΤΟΥ ΠΤΟΛΕΜΑΙΟΥ

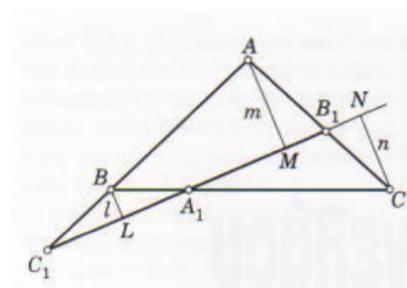
Σε ένα εγγεγραμμένο τετράπλευρο, το γινόμενο των διαγωνίων του ισούται με το άθροισμα των γινομένων των απέναντι πλευρών του



6 ΤΟ ΘΕΩΡΗΜΑ ΤΟΥ ΜΕΝΕΛΑΟΥ

Μία διατέμνουσα του τριγώνου ABC τέμνει τις πλευρές του στα σημεία A_1 , B_1 και C_1 . Τότε,

$$\frac{AB_1}{B_1C} \cdot \frac{CA_1}{A_1B} \cdot \frac{BC_1}{C_1A} = -1$$



Στην εργασία μελετώνται επίσης:

7 Ο ΤΥΠΟΣ ΤΟΥ ΗΡΩΝΑ

8 ΑΞΙΟΣΗΜΕΙΩΤΑ ΣΗΜΕΙΑ ΕΝΟΣ ΤΡΙΓΩΝΟΥ

9 ΤΟ ΘΕΩΡΗΜΑ CEVA

ΕΥΧΑΡΙΣΤΩ θερμά

τον επιβλέποντα καθηγητή μου Μιχάλη Λάμπρου και τους Αλέξανδρο Κουβιδάκη και Μαρία Λουκάκη ως μέλη της επιτροπής αξιολόγησης.