

ΔΙΑΚΡΙΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Καθηγητής Ν.Γ. Τζανάκης

Φυλλάδιο 1 – Συνδυαστική

1. Πόσοι τριψήφιοι αριθμοί είναι δυνατόν να σχηματισθούν με τα ψηφία **1,2,3,4,5**, αν δεν υπάρχει περιορισμός στην επανάληψη των ψηφίων, πόσοι αν κανένα ψηφίο δεν επαναλαμβάνεται πάνω από δύο φορές και πόσοι αν δεν επιτρέπονται επαναλήψεις ;
[Άπ. 125, 120,60]
2. Πόσους πενταψήφιους αριθμούς με διαφορετικά όλα τα ψηφία τους μπορούμε να σχηματίσουμε με τα ψηφία **1,3,5,6,7,8** ; Πόσοι από αυτούς είναι περιτοί ;
[Άπ. 720, 480]
3. Πόσες διαφορετικές λέξεις, έστω και χωρίς νόημα, μπορούμε να σχηματίσουμε από τα γράμματα της λέξης ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ;
[Άπ. 302400]
4. Πόσες από τις (έστω και χωρίς νόημα) λέξεις, που σχηματίζονται με τα γράμματα της λέξης ΕΙΝΑΙ, έχουν τα δύο Ι διαχωρισμένα ;
[Άπ. 36]
5. (α') Τρία γράμματα επιλέγονται τυχαία από τα γράμματα της λέξης ΚΑΘΕΝΑΣ. Πόσες είναι οι δυνατές τριάδες (όχι λέξεις, αλλά σύνολα τριών γραμμάτων) ; Σε πόσες από αυτές περιέχεται ένα τουλάχιστον Α ; Ακριβώς δύο Α ;
(β') Ίδιο έρώτημα για τη λέξη ΑΝΑΚΑΜΠΤΩ ;
[Άπ. (α') 25, 15, 5 (β') 42, 22, 6]
6. Υπολογίστε πόσες (έστω και δίχως νόημα) λέξεις τεσσάρων, διαφορετικών μεταξύ τους γραμμάτων μπορούμε να σχηματίσουμε με τα γράμματα του έλληνικού αλφαβήτου αν θέλομε : (α') Να αρχίζουν από σύμφωνο . (β') Να είναι το πρώτο και το τρίτο γράμμα σύμφωνα και τα άλλα φωνήεντα. (γ') Να είναι το πρώτο γράμμα σύμφωνο και το τελευταίο φωνήεν. (δ') Τυχαία, δίχως περιορισμό.
[Άπ. 180642, 11424, 54978, 255024]
7. Έχομε πέντε βιβλία έλληνικά, τρία γαλλικά και έξη γερμανικά . Με πόσους τρόπους μπορούμε να τα τοποθετήσομε στο ράφι, έτσι ώστε: (α') Να βρίσκονται με

όποιαδήποτε διάταξη. (β') Να είναι τὰ βιβλία τῆς ἴδιας γλώσσας μαζί ;
[Ἄπ. 14!, 3110400]

8. Ὑπολογίστε μὲ πόσους δυνατοὺς τρόπους μπορεῖ νὰ ἐπιλεγεῖ πενταμελὴς Πανεπιστημιακὴ ἐπιτροπὴ, ἀπὸ ἓνα σύνολο τεσσάρων καθηγητῶν καὶ τριάντα φοιτητῶν ἂν πρέπει νὰ περιέχει (α') Δύο καθηγητὲς καὶ τρεῖς φοιτητὲς. (β') Τοῦλάχιστον δύο καθηγητὲς .
[Ἄπ. 24360, 26130]

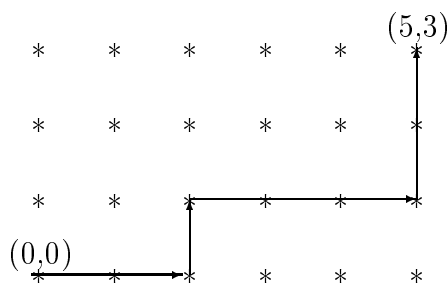
9. Μὲ πόσους τρόπους μπορούμε νὰ χωρίσουμε δεκαπέντε ἄτομα σὲ τρεῖς ἰσοπληθεῖς ομάδες ;
[Ἄπ. 126126]

10. Ὑπολογίστε τὸ πλῆθος τῶν μὴ ἀρνητικῶν, ἀκεραίων λύσεων (x_1, x_2, \dots, x_n) τῆς ἐξίσωσης

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = k .$$

$$[\text{Ἄπ. } \binom{n+k-1}{k}]$$

11. Ὑπολογίστε πόσες διαφορετικὲς διαδρομὲς, μὲ κατεύθυνση μόνον πρὸς τὰ δεξιὰ εἴτε πρὸς τὰ ἄνω, ὀδηγοῦν ἀπὸ τὸ σημεῖο $(0,0)$ στὸ $(5,3)$. Γενικεύσατε, στὴν περίπτωση πού, ἀντὶ τοῦ $(5,3)$ ἔχομε (x,y) , γιὰ κάποιους θετικούς ἀκεραίους x,y .



$$[\text{Ἄπ. } 56, \binom{x+y}{x}]$$

12. Σ' ἓνα ποδοσφαιρικὸ ἀγώνια, ποιά εἶναι ἡ πιθανότητα δύο ποδοσφαιριστὲς (ἀνεξαρτήτως ομάδος) νὰ ἔχουν τὴν ἴδια μέρα τὰ γενέθλιά τους ; Ἄν μαζί μὲ τοὺς ποδοσφαιριστὲς συμπεριλάβομε καὶ τὸν διαιτητὴ, πῶς μεταβάλλεται αὐτὴ ἡ πιθανότητα ; (Ἄς κάνομε τὴ σύμβαση ὅτι κανεὶς δὲν ἔχει γενέθλια στὶς 29 Φεβρουαρίου.)
[Ἄπ. 0.4757, 0.5073]