

## Η συνάρτηση του Green για δευτεροβάθμιες ελλειπτικές εξισώσεις με ιδιάζοντες συντελεστές χαμηλότερης τάξης και εφαρμογές

Γιώργος Σακελλάρης

**Περίληψη:** Θα μιλήσουμε για τη συνάρτηση του Green για δευτεροβάθμιους ελλειπτικούς τελεστές της μορφής  $\mathcal{L}u = -\operatorname{div}(A\nabla u + bu) + c\nabla u + du$  σε περιοχές  $\Omega \subseteq \mathbb{R}^n$ , όπου  $n \geq 3$ . Θα υποθέσουμε ότι ο  $A$  είναι ελλειπτικός και φραγμένος, και επίσης ότι  $d \geq \operatorname{div}b$ , ή  $d \geq \operatorname{div}c$  με την έννοια των κατανομών.

Στο πλαίσιο των χώρων Lorentz, θα εξηγήσουμε γιατί η υπόθεση  $b - c \in L^{n,1}(\Omega)$  είναι η βέλτιστη δυνατή προκειμένου να δείξουμε κατά σημείο φράγματα της μορφής  $G(x, y) \leq C|x - y|^{2-n}$ . Στην περίπτωση που  $d \geq \operatorname{div}b$ , θα δείξουμε επίσης ότι αυτή η υπόθεση είναι απαραίτητη ακόμη και για να έχουμε φράγματα ασθενούς τύπου για τη συνάρτηση του Green. Τέλος, στην περίπτωση  $d \geq \operatorname{div}c$ , θα αναφερθούμε σε μία αρχή μεγίστου και μία εκτίμηση τύπου Moser, δείχνοντας ξανά ότι η υπόθεση  $b - c \in L^{n,1}(\Omega)$  είναι βέλτιστη.

Οι εκτιμήσεις μας θα είναι αναλλοίωτες κάτω από μετασχηματισμούς κλίμακας, και δεν θα υπάρχει καμία υπόθεση κανονικότητας για το  $\partial\Omega$ . Επιπλέον, ο  $\mathcal{L}$  δεν θα είναι απαραίτητα coercive, και οι όροι χαμηλότερης τάξης δεν θα είναι αναγκαστικά “μικροί” σε κάποια νόρμα.