

Ι΄ Εργασία

Παραδοτέα στη συνάντηση από 8/1-14/1, 2003.

Έστω η δευτεροβάθμια καμπύλη με εξίσωση $f(X, Y) = 0$

$$f(X, Y) = 10X^2 - 24XY + 17Y^2 + 20X + 2Y - 29 .$$

1. Υπολογίστε ποια αλλαγή πρέπει να γίνει στο σύστημα αξόνων, έτσι ώστε, στο νέο σύστημα αξόνων η καμπύλη να έχει εξίσωση κανονικής μορφής. Αναγνωρίστε το είδος της καμπύλης.
2. Ως προς το αρχικό σύστημα αξόνων $X'X, Y'Y$, βρείτε τις εξισώσεις των αξόνων της καμπύλης και τις συντεταγμένες των εστιών της, αν η καμπύλη είναι έλλειψη ή υπερβολή, ή την εξίσωση του άξονα και της διευθετούσας και τις συντεταγμένες της εστίας, αν η καμπύλη είναι παραβολή.
3. (Στο ερώτημα αυτό οι συντεταγμένες και οι εξισώσεις αναφέρονται στο αρχικό σύστημα συντεταγμένων $X'X, Y'Y$.)
Από το σημείο $P(3, 0)$ φέρνουμε δύο εφαπτόμενες προς την καμπύλη, και έστω ότι τα σημεία επαφής είναι P_1, P_2 . Βρείτε την εξίσωση της χορδής P_1P_2 , καθώς και τις εξισώσεις των εφαπτομένων PP_1 και PP_2 .

Αν κάνετε με προσοχή τις πράξεις όλες οι τετραγωνικές ρίζες, που θα συναντήσετε, θα βγουν ακριβώς.