

Η' Εργασία

Παραδοτέα στη συνάντηση της εβδομάδας 9/12-13/12.

1. Αν $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ είναι τρία οποιαδήποτε διανύσματα του χώρου, αποδείξτε τη σχέση

$$\vec{u} \times (\vec{v} \times \vec{w}) = (\vec{u} \cdot \vec{w})\vec{v} - (\vec{u} \cdot \vec{v})\vec{w}.$$

2. Στο θέμα αυτό θεωρήστε δεδομένο ότι ο όγκος μιας οποιασδήποτε πυραμίδας ισούται με το $1/3$ του εμβαδού της βάσεως της πυραμίδας επί το ύψος της (= απόσταση της κορυφής από το επίπεδο της βάσεως).

(α') Έστω τριγωνική πυραμίδα $KABC$. Αποδείξτε ότι ο όγκος της ισούται με

$$\frac{1}{6} |\text{μικτό γινόμενο των } \vec{KA}, \vec{KB}, \vec{KC}|.$$

(β') Έστω ὀκταγωνική πυραμίδα με κορυφή K και βάση $ABCDE$. Αποδείξτε ότι ο όγκος της ισούται με

$$\frac{1}{6} |(\vec{KA} \times \vec{KB}) \cdot \vec{KE}| + \frac{1}{6} |(\vec{KB} \times \vec{KC}) \cdot \vec{KE}| + \frac{1}{6} |(\vec{KC} \times \vec{KD}) \cdot \vec{KE}|.$$