

Β' Εργασία

Παραδοτέα στη συνάντηση της εβδομάδας 28/10-1/11.

1. Αποδείξτε ότι το σημείο $A(0, 4, -2)$ δεν βρίσκεται στο επίπεδο που ορίζουν τα σημεία $B(-1, 2, -2)$, $C(1, 1, 0)$, $D(-3, -1, 2)$ (δηλαδή, τα A, B, C, D σχηματίζουν είδος πυραμίδας), αφού πρώτα αποδείξετε ότι το \vec{BA} δεν είναι γραμμικός συνδυασμός των \vec{BC}, \vec{BD} .

Έστω E το κέντρο βάρους του τριγώνου BCD . Εντός του ευθυγράμμου τμήματος AE θεωρήστε το σημείο K , η απόσταση του οποίου από το A είναι τριπλάσια της απόστασής του από το E . Βρείτε τις συντεταγμένες του K .

Έστω F το κέντρο βάρους του τριγώνου ABD . Δείξτε ότι τα σημεία C, K, F είναι συνευθειακά, κάτι που θα επιτύχετε δείχνοντας ότι δύο διανύσματα (ποιά ;) είναι γραμμικώς εξαρτημένα.

Δείξτε ότι η ευθεία AB είναι κάθετη στην ευθεία BC , ενώ δεν είναι κάθετη στην ευθεία BD . (Αυτό δείχνει ότι ευθεία AB είναι κάθετη σε μία ευθεία του επιπέδου, που ορίζουν τα B, C, D , δίχως να είναι κάθετη στο επίπεδο!)

Γράψτε την *Επέκταση του Πυθαγορείου Θεωρήματος* για το τρίγωνο ABD και μετά επαληθεύστε το αριθμητικά.

2. Έστω τρίγωνο $AB\Gamma$ και M το μέσον της $B\Gamma$. Τα μήκη των πλευρών του $B\Gamma, A\Gamma, AB$ συμβολίζομε, αντιστοίχως, με α, β, γ , ενώ το μήκος της διαμέσου AM συμβολίζομε μ_α . Αποδείξτε ότι

$$\mu_\alpha^2 = \frac{2\beta^2 + 2\Gamma^2 - \alpha^2}{4}.$$

Υπόδειξη: Εκφράστε τα διανύσματα \vec{AM} και $\vec{B\Gamma}$ συναρτήσει των \vec{AB} και $\vec{A\Gamma}$ και μετά υπολογίστε τα $2\|\vec{AM}\|^2$ και $\frac{\|\vec{B\Gamma}\|^2}{2}$.